

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JACK OLIVAIN

SUJET DE LA THÈSE

Etude théorique et expérimentale
de processus non linéaires dans un plasma

Soutenue le 6 Mai 1971 devant la Commission d'Examen

M.M. QUEMADA

Président

DELCROIX
COSTE
PELLAT

}

Examineurs

ETIEVANT

Rapporteur

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JACK OLIVAIN

SUJET DE LA THÈSE

Etude théorique et expérimentale
de processus non linéaires dans un plasma

Soutenue le 6 Mai 1971 devant la Commission d'Examen

M.M. QUEMADA

Président

DELCROIX
COSTE
PELLAT

}

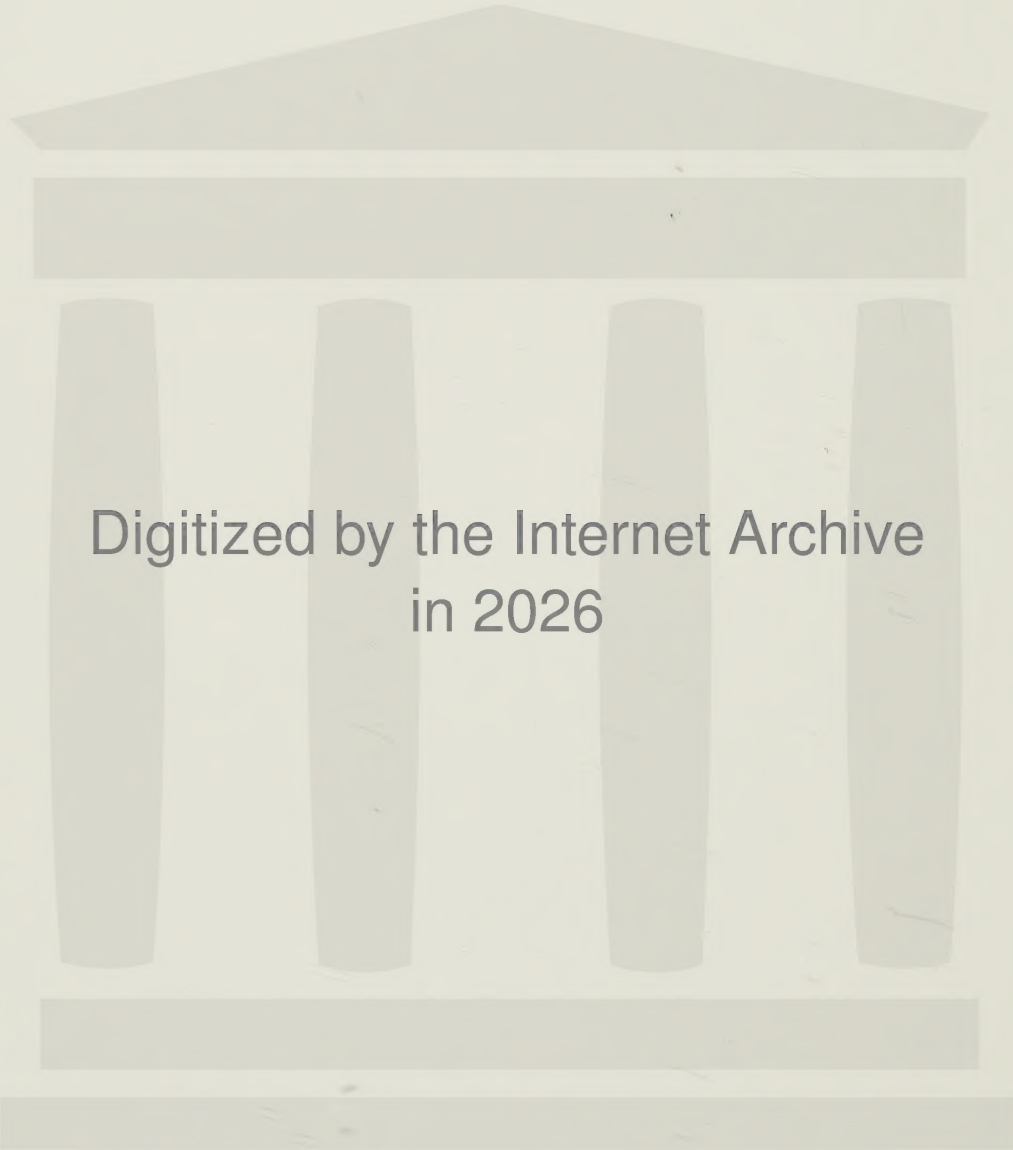
Examineurs

ETIEVANT

Rapporteur



à Odile



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41556001_0019

TABLE DES MATIERES

=====

	Pages
RESUME	11
 CHAPITRE I : Introduction	
I.1 : Introduction	17
I.2 : Bibliographie	19
 <u>Première Partie</u> : ETUDE THEORIQUE	
 CHAPITRE II : Courant oscillant associé à la propagation d'une onde "Plasma électronique".	21
II.1 : Introduction	21
II.2 : Hypothèses	21
II.3 : Calcul du courant oscillant	22
(II.3) A/ Conditions aux limites	22
(II.3) B/ Solution générale	23
(II.3) C/ Solution "balistique"	23
(II.3) D/ Solution de "Landau"	25
II.4 : Conclusion	30
II.5 : Bibliographie	31
 CHAPITRE III : Déformation de la fonction de distribution due à la propagation d'ondes "plasma électronique" de faible amplitude.	33
III.1 : Introduction	33
III.2 : Déformation quasilineaire de la fonction de distribution sous l'influence d'une onde "Plasma électronique" de faible amplitude	35

	Pages
(III.2) A/ Définition du modèle	35
(III.2) B/ Calcul de la modification de la fonction de distribution $f_o^{(2)}$ et du courant cohérent $j_o^{(2)}$	36
(III.2) C/ Discussion	39
(III.2) D/ Etude numérique	40
(III.2) E/ Conclusion	45
III.3 Déformation quasi linéaire de la fonction de distribution sous l'influence d'un spectre d'ondes "Plasma électronique" : théorie quasi linéaire	45
(III.3) A/ Introduction	45
(III.3) B/ Définition du modèle	45
(III.3) C/ Hypothèses	45
(III.3) D/ Equations du problème	46
(III.3) E/ Déformation de la fonction de distribution moyenne $\overline{F}_o$.	48
1. Solution générale	48
2. Equation de diffusion des particules résonnantes	48
3. Equation de diffusion des particules adiabatiques	49
(III.3) F/ Equation d'évolution du champ électrique $\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1$	50
(III.3) G/ Equations résultantes : Conclusion	50
III.4 Annexe : Equation d'évolution de la fonction de distribution moyenne $\overline{F}_o$ et du champ électrique.	52
(III.4) A/ Equation d'évolution de la fonction de distribution moyenne	52
1. Solution générale	52
2. Equation de diffusion des particules résonnantes $\overline{F}_o^R$	53
3. Equation de diffusion des particules adiabatiques $\overline{F}_o^{ad}$	54
(III.4) B/ Equation d'évolution du champ électrique $\mathcal{E}_\omega^1$	56
1. Expression analytique en notation complexe	56

2. Discussion de la partie imaginaire	57
3. Discussion de la partie réelle	57
III.5 : Bibliographie	59
CHAPITRE IV : Echos d'ondes "Plasma électronique"	63
IV.1 : Introduction	63
IV.2 : Echos temporels	64
(IV.2) A/ Introduction	64
(IV.2) B/ Equations du problème	64
(IV.2) C/ Perturbations de vitesse et de position d'une particule	64
1) $0 < t \equiv t' \leq \tau$	64
2) $t > \tau$	65
(IV.2) D/ Densité de charge	65
(IV.2) E/ Discussion	67
1. Hypothèses	67
2. a) influence de l'ampli- tude des impulsions	68
3. b) profil d'amplitude de l'écho	69
(IV.2) F/ Conclusion	69
IV.3 : Echos spatiaux	70
(IV.3) A/ Introduction	70
(IV.3) B/ Echos d'ordre $(1, n)$	70
1. Perturbation de vitesse	70
2. Perturbation de la fonction de distribution	72
3. Calcul au premier ordre	72
4. Calcul au deuxième ordre	77
5. Conclusion	81

(IV.3) C/ Echos d'ordre (2, n)	81
1. Solution générale	81
2. Discussion	82
3. Conclusion	83
IV.4 : Conclusion	83
IV.5 : Annexe	83
(IV.5) A/ Détermination des distributions perturbées initiales $f_{(z,v,t=0^+)}^{(1)}$ et $f_{(z=0^+,v,t)}^{(1)}$	83
(IV.5) B/ Fonction de distribution et champ électrique liés à l'excitation d'une onde "Plasma élec- tronique" : solution asymptotique en tenant compte du champ self consistant.	86
1. Equations du problème	86
2. Choix d'une condition initiale	87
3. Discussion	87
IV.6 : Bibliographie	89

Deuxième Partie : ETUDE EXPERIMENTALE

CHAPITRE V : Description du dispositif expérimental et des méthodes de diagnostic.

Discussion des hypothèses.	91
V.1 : Introduction	91
V.2 : Dispositif expérimental "EOS"	91
(V.2) A/ Ensemble mécanique	91
(V.2) B/ Enroulement magnétique	94
(V.2) C/ Source de Plasma	94
V.3 : Méthodes de diagnostic	94
(V.3) A/ Introduction	94
(V.3) B/ Méthodes de mesure des paramètres du Plasma	94
1. Sonde de Langmuir	94
2. Sonde capacitive	94
3. Sonde émissive	96

4. Analyseur d'énergie et techniques associées	96
a) analyseur d'énergie électrostatique	96
b) dérivateur	101
c) détecteur cohérent	103
(V.3) C/ Etude de la structure des ondes	103
1. Antennes	103
a) mesure de l'amortissement	103
b) mesure des longueurs d'onde	103
c) mesure de l'amplitude des ondes	105
2. Sondes capacitives	105
(V.3) D/ Mesure des caractéristiques du Plasma	106
1. Fonction de distribution	106
2. Densité électronique	106
a) densité moyenne - densité maximum	106
b) profil radial de densité	106
c) gradient longitudinal de densité	106
d) fluctuations temporelles de densité	110
3. Température électronique	
a) profil radial de température	111
b) fluctuations de température	111
V.4 : Discussion des hypothèses	111
(V.4) A/ Inhomogénéités	111
(V.4) B/ Champ magnétique de forte intensité	112
(V.4) C/ Collisions	112
CHAPITRE VI : Mesure du courant HF associé à la prorogation d'une onde "plasma électronique"	115
VI.1 : Introduction	115
VI.2 : Composante de courant $j_{\omega,p}^{(1)}$ liée aux variations du potentiel plasma.	115
VI.3 : Courant résultant discussion	116

	Pages
VI.3 : Courant résultant - discussion	116
VI.4 : Résultats expérimentaux	118
VI.5 : Conclusion	120
VI.6 : Bibliographie	121
CHAPITRE VII : Etude expérimentale de la déformation de la fonction de distribution	123
VII.1 : Introduction	123
VII.2 : Cas d'une onde monochromatique	123
(VII.2) A/ Introduction	123
(VII.2) B/ Mesure du courant cohérent $j_o^{(2)}(z, v_c)$	123
1. Mesures	123
a) aspect général	123
b) influence de la puissance de l'onde	126
c) influence de la distance	126
2. Discussion et interprétation des résultats	126
(VII.2) C/ Mesure de la déformation de la distribution $f_o^{(2)}$	130
(VII.2) D/ Mesure de la distribution résultante $f_o = F_o + f_o^{(2)}$	134
1. Mesures expérimentales	134
a) influence de la distance	134
b) influence de la puissance	134
c) remarque	137
(VII.2) E/ Conclusion	137
VII.3 : Cas d'un spectre de bruit	137
(VII.3) A/ Conditions de l'expérience	137
(VII.3) B/ Etude expérimentale	141
(VII.3) C/ Remarque : cas d'un spectre d'ondes de grande puissance	143
(VII.3) D/ Conclusion	143

	Pages
VII.4 : Bibliographie	145
CHAPITRE VIII : Etude expérimentale des échos d'ondes "plasma électronique"	147
VIII.1 : Introduction	147
VIII.2 : Conditions expérimentales	147
VIII.3 : Résultats préliminaires	147
VIII.4 : Influence de la phase	149
VIII.5 : Influence de l'amplitude des émetteurs	149
(VIII.5) A/ Déplacement du maximum d'amplitude de l'écho	149
(VIII.5) B/ Variation du maximum d'amplitude de l'écho.	152
1. étude en fonction de l'amplitude du premier émetteur	152
2. étude en fonction de l'amplitude du deuxième émetteur	152
VIII.6 : Conclusion	159
CHAPITRE IX : Conclusion	161
LISTE DES SYMBOLES	163

oOo

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au département de Recherches sur la Physique des Plasmas et la Fusion Contrôlée.

Je remercie Monsieur le Professeur QUEMADA d'avoir bien voulu présider le jury de thèse, Monsieur le Professeur DELCROIX d'avoir dirigé ce travail, Messieurs COSTE et PELLAT d'avoir bien voulu être examinateurs et Monsieur ETIEVANT d'avoir accepté le rôle ingrat de rapporteur.

Je remercie Monsieur TROCHERIS, Chef du Département et Monsieur HUBERT, directeur adjoint, de m'avoir accueilli dans leur laboratoire et de m'avoir permis de disposer des moyens du C.E.A. pour mener à bien la présente étude.

J'adresse mes remerciements à Messieurs COSTE et PEYRAUD pour leurs suggestions concernant le mécanisme d'écho, à Messieurs LAVAL et PELLAT pour leur collaboration concernant l'étude de la théorie quasi linéaire et à Monsieur COTSFTIS pour son aide concernant la résolution de plusieurs problèmes d'ordre mathématique.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur ETIEVANT, Chef de la Section de Physique des Plasmas et à Monsieur PERULLI pour leur concours lors des premières expériences et l'intérêt qu'ils n'ont cessé de manifester pour ce travail.

Je veux exprimer ma plus profonde reconnaissance à mes camarades de l'équipe "EOS" Mesdames et Messieurs GUILLEMOT, PERCEVAL et QUEMENEUR ainsi qu'à MATTHIEUSSENT, physicien détaché de l'Université d'Orsay et au Professeur SCHARER, détaché de l'Université du Wisconsin qui ont participé à ce travail et ont collaboré étroitement à sa réalisation.

Je remercierai également Messieurs GRESILLON, LEYSSENS et MILLS de leurs fructueux commentaires concernant la fonction $F^{(1)}$.

Je suis heureux de remercier Messieurs AYMAR, BROSSIER, KOECHLIN et SAMAIN de leurs aimables critiques et de leurs conseils concernant la présentation finale du manuscrit.

Mes remerciements vont aussi aux techniciens de l'équipe, Messieurs BOULKED (Dessinateur-Projeteur), CLAIRET et MELONI (agents techniques) et MALKY (Electronicien) pour leur efficace collaboration qui a permis de mener à bien cette étude.

R E S U M E

Le travail présenté dans cet ouvrage porte sur l'étude théorique et expérimentale de deux mécanismes non linéaires d'interaction d'ondes "Plasma électronique" : l'écho et la déformation quasilineaire de la fonction de distribution. Il peut être analysé de la façon suivante :

PREMIERE PARTIE : ETUDE THEORIQUE

CHAPITRE I

L'étude théorique des oscillations électrostatiques haute fréquence dans un plasma consiste en la recherche d'un système de solutions pour les équations de Vlasov (équation de Boltzmann sans collision et équation de Poisson).

- une première méthode de résolution est de déterminer les solutions exactes de ces équations non linéaires.
- une seconde méthode consiste à utiliser une technique de perturbation : les grandeurs perturbées sont exprimées en fonction de l'amplitude du potentiel électrique.

On adopte cette seconde possibilité. Dans ces conditions toute oscillation peut être représentée par la superposition de la solution dite de Landau et de la solution dite de Van Kampen.

CHAPITRE II

Ce chapitre traite d'un mécanisme où interviennent ces deux types de solution : le courant oscillant associé à la propagation d'une onde "plasma électronique".

Les calculs présentés dans ce chapitre ainsi que dans les chapitres suivant, se rapportent à l'évolution spatiale des grandeurs (fonctions de distribution, courant, champ électrique ...) Ils reposent sur les hypothèses suivantes :

- le plasma est homogène et infini
- le champ magnétique est homogène et infini ($\omega \ll \omega_{ce}$)

- le milieu non perturbé est électriquement neutre
- les ions sont immobiles
- les collisions sont négligeables
- les ondes sont planer et électrostatiques
- les résultats et les conclusions sont données pour une distribution maxwellienne.

La première composante du courant : composante balistique est liée à la solution de Van Kampen.

Elle est de la forme :

$$j_{\omega,b}^{(1)}(z, v_c) = q \int_{v_c > 0}^{\infty} \mathcal{F}_1(v) (\exp - i \frac{\omega}{v} z) v dv$$

Elle n'est pas amortie avec la distance et aucun champ électrique ne lui est associé.

La deuxième composante du courant : composante de "Landau" est liée à la solution du même nom.

Elle est de la forme :

$$j_{\omega,l}^{(1)}(z, v_c) = q \int_{v_c > 0}^{\infty} \mathcal{F}_2(v) (\exp - i k_{\omega} z) v dv$$

Elle s'amortit avec la distance comme le champ électrique qui lui est associé.

CHAPITRE III

Le chapitre III traite d'un processus où intervient seulement la solution de Landau : il s'agit de la déformation quasi linéaire de la fonction de distribution.

Lorsque une (ou plusieurs) onde "plasma électronique" se propage, elle s'amortit et cède une partie de son énergie aux particules. Il en résulte une modification de la fonction de distribution. On étudie la moyenne temporelle de cette modification dans les deux cas suivants :

- Interaction entre une onde monochromatique et un plasma (paragraphe II)
- Interaction entre un spectre d'ondes et le plasma (paragraphe III)

Pour une onde monochromatique (ω, k) la déformation est centrée au voisinage de la résonance ($v \simeq \frac{\omega}{k}$). Son amplitude est proportionnelle à la puissance de l'onde et elle varie avec la distance comme $\exp -(2k_I z) - 1$, k_I désignant le coefficient d'amortissement de Landau.

La largeur de la déformation est de l'ordre de $\frac{k_I}{k_R}$.

Pour un spectre d'ondes stables (théorie quasi-linéaire) on établit le système complet des équations différentielles couplées qui régissent ce mécanisme. Les calculs conduisent à fractionner la fonction de distribution en deux composantes : la composante résonnante et la composante adiabatique.

La première joue un rôle dominant; elle détermine notamment l'évolution du champ électrique. Si la puissance du spectre est suffisante elle conduit à une solution asymptotique ($z \rightarrow \infty$) en forme de plateau. Les limites de ce plateau sont définies par la largeur du spectre :

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)_{\min} \leq v \leq \left(\frac{\omega}{k}\right)_{\max}$$

CHAPITRE IV

Le chapitre IV se rapporte à l'étude du mécanisme d'écho qui est liée à la solution de Van Kampen.

Après avoir repris brièvement le cas d'écho temporel, on considère le cas spatial en suivant un formalisme développé par Coste et Peyraud.

Si on excite continuellement, en deux points $z = 0$, et $z = l$ deux ondes "plasma électronique" très fortement amorties ($l \gg \frac{1}{k_1}$) de fréquences F_1 et F_2 , il apparait des échos de fréquences :

$$F_{m,n} = m F_1 + n F_2$$

aux abscisses

$$z_{m,n} = \frac{n F_2}{m F_1 + n F_2} l$$

m et n désignant deux entiers positifs ou négatifs.

L'amplitude $\mathcal{K}^{m,n}$ de l'écho est calculée en négligeant le champ self consistant ; c'est une fonction non symétrique des amplitudes ϕ_1 et ϕ_2 des ondes mères.

$$\mathcal{K}^{m,n} \propto \phi_1^m \int_0^\infty \mathcal{F}_3'(v) J_n(\beta(v) \phi_2 l) dv$$

L'étude de cette fonction montre que l'écho croît linéairement avec ϕ_1^m (amplitude de la première onde) alors qu'il croît, se sature et enfin décroît d'une manière monotone jusque vers zéro si l'amplitude de la deuxième onde augmente.

Pour terminer ce travail sur les échos, l'influence du déphasage entre les deux ondes sur le profil d'un écho est discutée, et un mécanisme pouvant rendre compte d'un déplacement du maximum d'un écho avec la puissance du deuxième émetteur est proposé.

DEUXIEME PARTIE : DESCRIPTION DE L'EXPERIENCE ET DES TECHNIQUES DE MESURE

CHAPITRE V

Une décharge du type Penning crée un plasma d'argon qui diffuse parallèlement aux lignes de force d'un fort champ magnétique stationnaire ($B_0 \simeq 1500$ Gauss). La pression résiduelle de gaz neutre est alors inférieure ou égale à 10^{-6} Torr.

La longueur de la colonne de plasma est de l'ordre de 80 cm et sa largeur à mi-hauteur de l'ordre de 1 cm. La densité électronique est de quelques 10^8 e1/cm3 et l'énergie thermique de 2 eV environ. Il existe un gradient longitudinal de densité de l'ordre de $0,4 \cdot 10^{-2}$ cm⁻¹ et des fluctuations temporelles, essentiellement basse fréquence ($F < 2$ MHz), voisines de 20 %.

Les ondes sont excitées par de sondes de Langmuir. Elles sont collectées au moyen de sondes du même type ou avec des sondes capacitives. Afin d'améliorer le rapport signal/bruit une technique de détection cohérente a été mise au point et largement utilisée.

Un analyseur d'énergie, placé à l'extrémité de la colonne, mesure la fonction de distribution du plasma, ainsi que son évolution. C'est un analyseur électrostatique constitué de disques percés de petits orifices. Le diamètre des trous et la distance séparant deux disques voisins sont définis de manière à donner une très grande résolution au système.

TROISIEME PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE

CHAPITRE VI

L'étude expérimentale du courant haute fréquence associé à la propagation d'une onde "plasma électronique" fait l'objet de ce chapitre.

Dans une première remarque on rappelle les difficultés de cette étude. On note en particulier que le courant recueilli par l'analyseur peut être différent de celui qui circule dans le plasma. Une oscillation de la fonction de distribution moyenne, causée par le potentiel de l'onde, crée une composante de courant qui s'ajoute aux deux composantes réelles. Elle est liée au fait que le milieu baigne dans un potentiel oscillant autour d'un potentiel moyen (potentiel plasma) alors que l'électrode de mesure analyse les particules à partir d'un potentiel de référence fixe.

L'analyse du courant recueilli montre qu'il satisfait qualitativement les résultats théoriques du chapitre II. Toutefois la précision des mesures est insuffisante pour conclure de façon quantitative.

CHAPITRE VII

La première partie de ce chapitre montre la déformation quasi linéaire de la fonction de distribution lorsque l'on excite une onde monochromatique. Cette déformation est située au voisinage de la résonance,

elle est proportionnelle à la puissance de l'onde (sur une échelle égale à 20 db) et elle varie avec la distance comme $(\exp - 2 k_I z - 1) \simeq - 2 k_I z + \dots$. Pour expliquer sa largeur on doit tenir compte de la dispersion de l'onde $(\Delta \omega, \Delta k)$, qui est due notamment aux fluctuations de densité et aux gradient longitudinal.

Les observations expérimentales montrent que la théorie présentée au chapitre III cesse d'être valable dès que l'amplitude de l'onde atteint une valeur caractéristique $(\phi = \frac{4\pi^2 \omega^2 m}{k^4 L^2})$, L désignant la longueur effective de la colonne.

La deuxième partie du chapitre traite de l'influence d'un spectre de bruit sur la fonction de distribution électronique. Les résultats expérimentaux montrent une diminution de la pente de la fonction de distribution sur une largeur voisine de la dispersion spectrale du bruit. La déformation croît avec la distance et la puissance du spectre. Au-delà d'un seuil on observe la solution asymptotique, elle correspond à la formation d'un plateau sur la fonction de distribution.

CHAPITRE VIII

Dans une dernière partie sont présentés les résultats concernant le mécanisme d'écho.

Après avoir rapporté quelques observations concernant le mécanisme à trois ondes on étudie l'écho de deux ondes à des ordres $m + n$ variant de 2 à 5.

On vérifie que le profil d'amplitude de l'écho est indépendant de la phase relative entre les deux ondes. En faisant varier la puissance des émetteurs on montre que le maximum de l'écho se déplace ; ce déplacement croît avec ϕ_1 et décroît avec ϕ_2 . La loi de variation de l'amplitude de l'écho avec la puissance des émetteurs est également vérifiée : si on augmente ϕ_1 , l'amplitude $\mathcal{A}^{m,n}$ d'un écho d'ordre (m, n) varie bien comme ϕ_1^m ; par contre les mêmes variations appliquées à l'onde 2 entraînent tout d'abord une croissance de l'amplitude de l'écho, puis une saturation et enfin une décroissance monotone de celle-ci.

Ces résultats expérimentaux sont comparés à l'analyse théorique du chapitre IV et ils conduisent à la confirmation de la théorie de Coste et Peyraud.

CHAPITRE I

INTRODUCTION

I.1 : INTRODUCTION

Les oscillations électrostatiques haute fréquence dans un plasma ont fait l'objet de nombreux travaux depuis leur mise en évidence par TONKS et LANGMUIR [1]. Un problème posé est de déterminer un système complet de solutions pour les équations de Vlasov (équation de Boltzmann sans collision et équation de Poisson).

Une première méthode de résolution consiste à déterminer les solutions exactes de ces équations non linéaires. Bohm et Gross [2] obtiennent les premiers une telle solution en choisissant une forme particulière de la fonction de distribution des particules résonnantes piégées dans le puits de potentiel de l'onde. Leurs résultats furent généralisés par Bernstein, Greene et Kruskal [3] qui définirent les conditions requises pour obtenir ces distributions. Cette méthode présente l'avantage de définir des solutions valables quelle que soit l'amplitude de l'onde. Malheureusement il n'a jamais pu être prouvé que toute condition initiale conduisait à de telles solutions dont le caractère particulier ne permet pas de vérification expérimentale.

Une seconde possibilité applicable aux oscillations de faible amplitude, consiste à utiliser une méthode de perturbation. Les différentes variables sont exprimées en série de Taylor en fonction du champ électrique (ou du potentiel). Au premier ordre on obtient la solution linéaire et, par une méthode itérative, on peut poursuivre le calcul aux ordres supérieurs et déterminer une solution exacte. Dans ces conditions l'on montre [4, 6] que toute perturbation peut être représentée par la superposition de la solution dite de Landau et de la solution dite de Van Kampen :

La solution de Landau, développée aux chapitres II et III décrit l'évolution d'une perturbation initiale de faible amplitude de la fonction de distribution et conduit à un amortissement non collisionnel. Dans un régime non linéaire le couplage de tels modes entre eux ainsi que leur interaction avec les particules permet d'interpréter quelques mécanismes fondamentaux tels que :

- le piégeage
- le couplage de modes et la désintégration
- la déformation quasi linéaire de la fonction de distribution.

La solution de Van Kampen, discutée aux chapitres II et IV représente un état stationnaire d'oscillations électrostatiques. La perturbation correspondante de la fonction de distribution est une superposition de faisceaux de particules ayant chacun la vitesse de phase du mode correspondant. Dans l'approximation

linéaire il n'y a pas de champ électrique associé à ces faisceaux (free-streaming ou solution balistique), aux ordres supérieurs, leur couplage produit l'effet d'écho.

Dans cette étude nous adoptons le second schéma de résolution des équations de Vlasov. Nous tentons notamment de définir les caractères propres des deux types de solutions.

Le chapitre II traite le cas simple d'un plasma excité par une antenne. En se limitant au premier ordre on calcule le courant lié à cette excitation. Dans cet exemple on montre que les deux types de solutions jouent un rôle.

Au chapitre III on discute un cas où seule la solution de Landau intervient. On considère un processus quasi linéaire de déformation de la fonction de distribution sous l'influence d'ondes plasma amorties. On discute en premier l'interaction entre une onde monochromatique et un plasma en suivant un modèle décrit par Malmberg, Jensen et O'Neil [7] complété par l'introduction d'effets de distance finie, puis l'on considère le cas plus général de l'interaction entre un spectre d'ondes stables et un plasma. Cette seconde étude nous a été suggérée par Laval et Pellat qui nous ont aidé également dans la résolution du modèle mathématique [8].

Le chapitre IV traite du mécanisme d'écho résultant du battement entre deux modes de Van Kampen lorsque le champ électrique de la solution de Landau est complètement amorti. En nous inspirant du travail de Coste et Peyraud [9] on étudie successivement le cas temporel, puis le cas spatial.

Le chapitre V décrit les caractéristiques du dispositif EOS à l'aide duquel ont été faites les expériences ainsi que les diverses techniques de mesure mises en oeuvre.

La dernière partie enfin est consacrée à la présentation des résultats expérimentaux.

Le chapitre VI traite de la mesure du courant oscillant, les chapitres VII et VIII se rapportent respectivement aux observations concernant le processus quasi linéaire de déformation de la fonction de distribution et le mécanisme d'écho.

1.2: BIBLIOGRAPHIE

=====

- [1] L. TONKS and I. LANGMUIR
Phys. Rev. 33, 195, 990 (1929)

- [2] D. BOHM and E.P. GROSS
Phys. Rev. 75, 1851, 1864 (1949)

- [3] I. B. BERNSTEIN, J. M. GREEN and M. D. KRUSKAL
Phys. Rev. 108, 546 (1957)

- [4] N. G. VAN KAMPEN
Physica, 21, 949 (1955)

- [5] K. M. CASE
Ann. Phys., 7, 349 (1959)

- [6] B. B. KADOMTSEV
Sov. Phys. USPEKHI, 11, 3, 328 (1968)

- [7] J. H. MALMBERG, T. H. JENSEN and T. M. O'NEIL
Third Conference on plasma physics and controlled nuclear fusion research
Novosibirsk, C.N. 24/E, 8 (1968)

- [8] G. LAVAL et R. PELLAT
Conférences P. M. I - Faculté des Sciences d'Orsay (1969)
(non publié)

- [9] J. COSTE and J. PEYRAUD
Jal of Plasma Physics, 3, 4, 603 (1969).

COURANT OSCILLANT ASSOCIÉ A LA PROPAGATION D'UNE ONDE "PLASMA ELECTRONIQUE"

=====

II.1 : INTRODUCTION

=====

On considère tout d'abord un problème où interviennent les deux types de solutions, celui du calcul du courant oscillant associé à la propagation d'une onde plasma électronique.

Un signal H.F. délivré par un générateur est excité sur la colonne de plasma en $Z = 0$. Il apparaît alors une oscillation de la fonction de distribution, prenant naissance au voisinage de l'émetteur et se développant le long de la colonne. On se propose, dans ce chapitre, d'évaluer le courant H.F. lié à cette oscillation en limitant le calcul à l'approximation linéaire.

II.2 : HYPOTHESES

=====

On admettra les hypothèses suivantes :

- le plasma est homogène et infini -
- le champ magnétique statique est homogène et infini -
- les ondes sont électrostatiques -
- les ions sont immobiles -
- il n'existe pas de champ électrique à l'équilibre -
- les collisions sont négligeables (dans ces conditions le milieu est décrit par les équations de VLASOV - équations de BOLTZMANN sans collisions et de Poisson -
- l'onde monochromatique excitée est de faible amplitude, ceci permet de linéariser les équations et de faire un développement en série des grandeurs perturbées qui, avec une notation évidente, s'écrivent :

$$f = F_0 + f_{\omega}^{(1)} + f^{(2)} + \dots$$

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_{\omega}^{(1)} + \varphi^{(2)} + \dots$$

avec

$$f^{(2)} = f_o^{(2)} + f_{\omega}^{(2)} + f_{2\omega}^{(2)}$$

$$\varphi^{(2)} = \varphi_o^{(2)} + \varphi_{\omega}^{(2)} + \varphi_{2\omega}^{(2)}$$

l'ordre du développement étant défini par rapport à l'amplitude du potentiel exciteur ϕ ext.

II. 3 : CALCUL DU COURANT OSCILLANT

A. / CONDITIONS AUX LIMITES

L'onde "plasma électronique", de fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$, se propage avec amortissement de part et d'autre de l'émetteur ($z = 0$). Les perturbations linéaires de la fonction de distribution et du potentiel s'écrivent :

$$f^{(1)}(z, v, t) = f_{\omega}^{(1)}(z, v) \exp i\omega t + f_{-\omega}^{(1)}(z, v) \exp -i\omega t$$

$$\varphi^{(1)}(z, t) = \varphi_{\omega}^{(1)}(z) \exp i\omega t + \varphi_{-\omega}^{(1)}(z) \exp -i\omega t$$

Avec ces notations les équations linéaires de Vlasov se rapportant aux deux composantes complexes $f_{\omega}^{(1)}$ et $f_{-\omega}^{(1)}$ s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \pm i\omega f_{\pm\omega}^{(1)}(z, v) + v \frac{\partial}{\partial z} f_{\pm\omega}^{(1)}(z, v) - \frac{q}{m} \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{\pm\omega}^{(1)}(z) \frac{d}{dv} F_0(v) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_{\pm\omega}^{(1)}(z) = -\frac{q}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\pm\omega}^{(1)}(z, v) dv \end{array} \right. \quad (2)$$

Nous choisissons des conditions aux limites telles que, en $z = 0$, il y ait continuité de potentiel oscillant soit

$$\left\{ \begin{array}{llll} \varphi_{\omega}^{(1)}(z) & = & \phi \exp -ikz & \text{si } z > 0 \\ \varphi_{\omega}^{(1)}(z) & = & \phi \exp +ikz & \text{si } z < 0 \\ \varphi_{-\omega}^{(1)}(z) & = & \phi \exp +ik^*z & \text{si } z > 0 \\ \varphi_{-\omega}^{(1)}(z) & = & \phi \exp -ik^*z & \text{si } z < 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

expressions où l'on a posé :

$$k = k_R - ik_I$$

$$k^* = k_R + ik_I$$

$k_I > 0$ se rapportant au cas d'une onde amortie.

B. / SOLUTION GENERALE

On écrit la solution générale des équations différentielles linéaires à coefficients constants et avec second membre (1) :

$$f_{\pm\omega}^{(1)}(z, v) = \mu_{\pm}^{(1)}(v) \exp \mp i \frac{\omega}{v} z + \frac{q}{m} \frac{1}{v} \frac{dF_0(v)}{dv} \exp \mp i \frac{\omega}{v} z \int^z \frac{d}{dz'} \varphi_{\pm\omega}^{(1)}(z') \exp \pm i \frac{\omega}{v} z' dz'$$

$\mu_{\pm}^{(1)}(v)$ désignant une constante d'intégration.

Compte tenu de la double détermination de $\varphi_{\pm\omega}^{(1)}$, on effectue l'intégration qui, pour $z > 0$, conduit aux solutions :

$$\left\{ \begin{aligned} f_{+\omega}^{(1)}(z, v) &= \left\{ \mu_{+}^{(1)}(v) + \frac{q}{m} k \phi \frac{dF_0(v)}{dv} \left[\frac{1}{kv+\omega} - \frac{1}{kv-\omega} \right] \right\} \exp - i \frac{\omega}{v} z \\ &\quad + \frac{q}{m} k \phi \frac{dF_0(v)}{dv} \frac{1}{kv-\omega} \exp - ikz \\ f_{-\omega}^{(1)}(z, v) &= \left\{ \mu_{-}^{(1)}(v) + \frac{q}{m} k^* \phi \frac{dF_0(v)}{dv} \left[\frac{1}{k^*v+\omega} - \frac{1}{k^*v-\omega} \right] \right\} \exp i \frac{\omega}{v} z \\ &\quad + \frac{q}{m} k^* \phi \frac{dF_0(v)}{dv} \frac{1}{k^*v-\omega} \exp + ik^* z \end{aligned} \right. \quad (4)$$

On voit sur cette expression que la fonction de distribution perturbée a deux composantes qui évoluent différemment suivant l'espace.

La première composante, de la forme $A(v) \exp - i \frac{\omega}{v} z$, (solution balistique) a la propriété de ne pas être amortie. Aucun champ électrique ne lui est associé.

La deuxième composante, de la forme $B(v) \exp - ikz$, (solution de Landau) s'amortit avec la distance comme le champ électrique qui lui est associé.

A ces deux oscillations de fréquence ω correspond un courant $j_{\omega}^{(1)}$:

$$j_{\omega}^{(1)}(v_c) = q \int_{v_c}^{\infty} f_{\omega}^{(1)}(v) v dv$$

C. / SOLUTION "BALISTIQUE"

L'expression analytique de la solution balistique n'est définie qu'à une constante près ; elle est déterminée par les conditions aux limites. Pour définir cette constante il faut résoudre le problème de l'excitation d'une onde par une grille. Cette étude est difficile [1 - 2] et elle conduit à des conclusions

quelque peu différentes selon les conditions particulières du problème envisagé. Dans le cas de notre expérience on a choisi une condition initiale de la forme :

$$f_{\omega}^{(1)}(z = 0^+, v) = -i \frac{q}{m} \phi_{\text{ext}} P \frac{\frac{dF_0(v)}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} \quad (5)$$

P signifiant que les différentes intégrales où interviendront cette grandeur sont calculées en se limitant à la valeur principale selon Cauchy.

En annexe[III], on montre qu'il lui correspond, dans le plasma, une solution propagative non amortie qui, pour les grandes distances, s'écrit :

$$f_{\omega}^{(1)}(z, v, t) = 2 \frac{q}{m} \frac{\phi_{\text{ext}}}{\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v})} \frac{1}{v} \frac{dF_0(v)}{dv} \exp i(\omega t - \frac{\omega}{v} z) \quad (6)$$

$\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v})$ étant identique au premier membre de la relation de dispersion linéaire.

Le courant associé à cette perturbation s'écrit :

$$j_{\omega}^{(1)}(z, v_c, t) = q \int_{v_c}^{\infty} f_{\omega}^{(1)}(z, v, t) v dv$$

Dans le cas d'une distribution maxwellienne :

$$F_0(v) = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi} \alpha} \exp -\frac{v^2}{\alpha^2}$$

En notation réelle, on obtient :

$$j_{\omega}^{(1)}(z, v_c, t) = -\frac{16 q^2 n_0}{\sqrt{\pi} m \alpha^3} \phi_{\text{ext}} \int_{v_c > 0}^{\infty} \frac{1}{\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v})} \exp -\frac{v^2}{\alpha^2} \cos \omega(t - \frac{z}{v}) v dv \quad (7)$$

on introduit les grandeurs sans dimension :

$$\begin{array}{lll} \frac{v}{\alpha} = U & \frac{v_c}{\alpha} = U_c & \frac{\omega}{\alpha} z = x \\ \frac{k_I}{k_R} = Q & \frac{\tilde{v}}{\tilde{v}_{\alpha}} = V & \frac{\tilde{v}_c}{\tilde{v}_{\alpha}} = V_c \end{array}$$

avec $\frac{1}{2} m v^2 = e \tilde{v}$

et les paramètres :

$$D = -\frac{16}{\sqrt{\pi}} \frac{q^2 n_0}{m \alpha} \quad \phi_0 = \frac{\phi_{\text{ext}}}{\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v})}$$

d'où en posant $\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v}) \equiv 1$

$$j_{\omega}^{(1)}(x, U_c, t) = D \Phi_0 \int_{U_c}^{\infty} \exp -U^2 \cos(\omega t - \frac{x}{U}) U dU \quad (8)$$

Cette approximation revient à négliger les effets collectifs ; elle est d'autant mieux justifiée que l'on considère des plasmas de faible densité et des fréquences ω voisines de ω_p .

Afin de comparer plus aisément cette expression avec les résultats de l'expérience, on exprime le courant en fonction de l'énergie normalisée, soit :

$$j_{\omega}^{(1)}(x, V_c, t) = 2 D \Phi_0 \int_{V_c}^{\infty} \exp -V \cos(\omega t - \frac{x}{\sqrt{V}}) dV \quad (9)$$

On présente sur la fig. [II, 1] le résultat d'une étude numérique montrant la dépendance de $j_{\omega}^{(1)}$ avec V_c en un point et à un instant donné. Il s'agit d'une fonction oscillante dont la périodicité croît avec l'énergie. L'étude de son enveloppe montre qu'il lui correspond un courant important au voisinage de l'énergie thermique. Toutefois, si l'on considère la fonction de distribution entière, en faisant tendre $V_c \rightarrow 0$ le courant est sensiblement nul. Cette décroissance est due à un mélange de phase, d'autant plus complet que x est grand, c'est-à-dire que la fréquence ou la distance séparant l'émetteur de l'analyseur sont élevées. Par contre, en première approximation [3] cette solution n'est pas amortie.

D. / SOLUTION DE "LANDAU"

On étudie maintenant la composante du courant associée à l'onde. Il a été montré (équation 4) que l'onde crée dans le plasma une distribution perturbée $f_{\omega, L}^{(1)}$ (solution de Landau) égale à :

$$f_{\omega, L}^{(1)}(z, v, t) = \frac{q}{m} \Phi \frac{dF_0}{dv}(v) \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} \exp i(\omega t - kz) + c.c \quad \text{pour } z > 0$$

La densité de courant associée vaut :

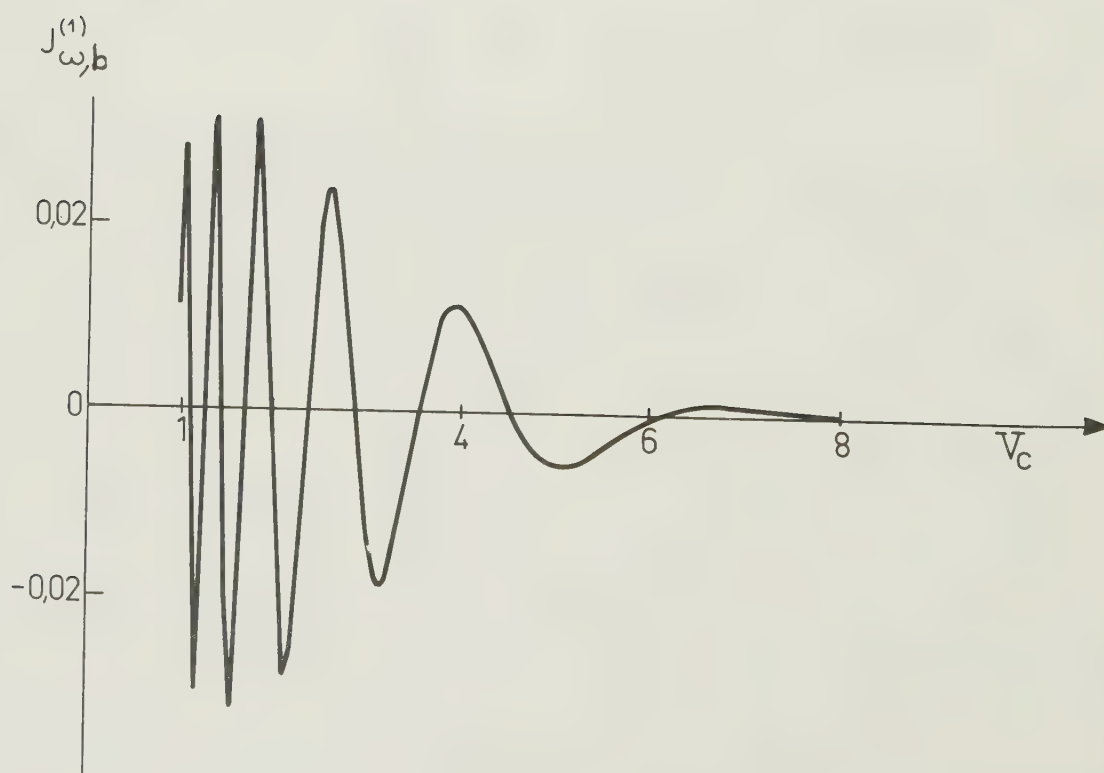
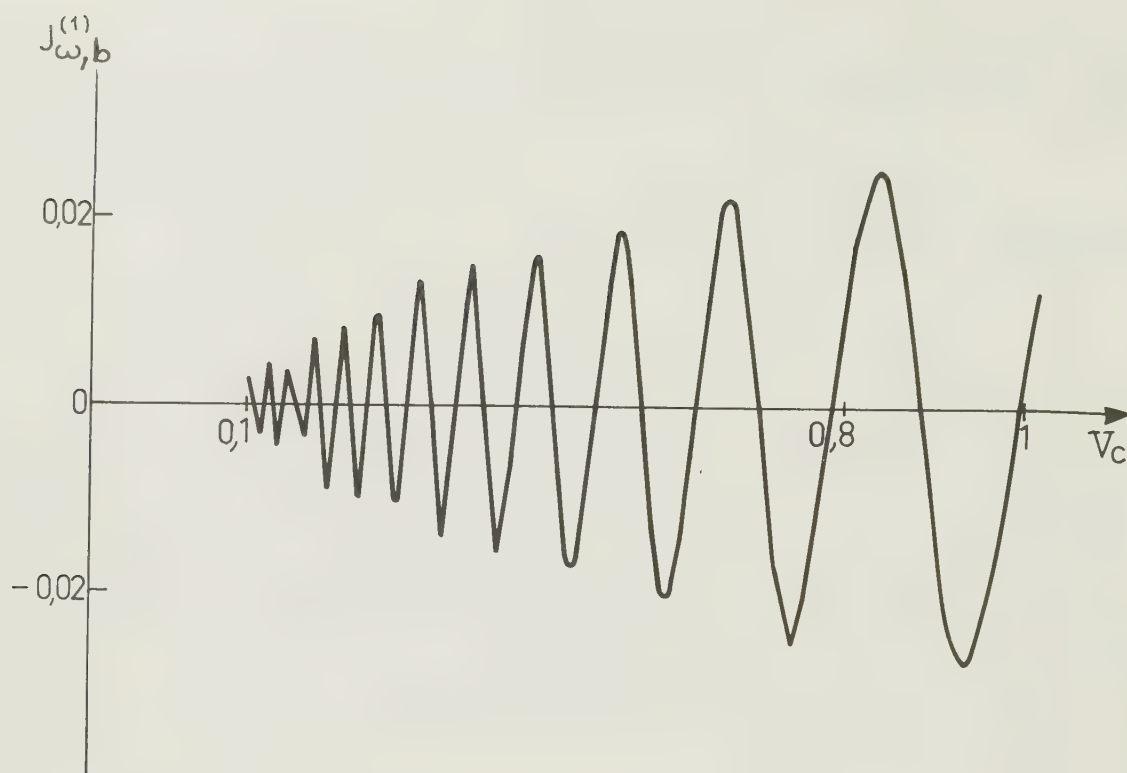
$$j_{\omega, L}^{(1)}(z, v_c, t) = \frac{q^2}{m} \Phi \int_{v_c > 0(c)}^{\infty} \frac{v \frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} \exp i(\omega t - kz) dv + c.c$$

k est une grandeur complexe ; pour intégrer, nous devons, comme l'a montré Landau [4] effectuer un prolongement analytique de l'intégrant.

Pour effectuer ce prolongement rappelons les conventions utilisées pour la définition des transformées de Fourier et de Laplace, à savoir :

$$A(k, \omega) = \int_0^{\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, t) \exp -i(\omega t - kz) dt$$

SOLUTION "BALISTIQUE"



-FIG. II.1

Paramètres: $D \Phi_0 = 1$ $X = \frac{\omega}{\alpha} Z = 53$ $V_c = \frac{v_c^2}{\alpha^2}$
 $Z = 10 \text{ cm}$ $\omega = 2\pi \times 10^8 \text{ Hz}$ $\alpha = 1,19 \cdot 10^8 \text{ cm.s}^{-1} (2 \text{ eV})$

définie pour $k_I > 0$.

Les grandeurs réelles s'obtiennent à partir de la relation inverse :

$$A(x, t) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_{(c)} dk \int_{-\infty}^{+\infty} A(k, \omega) \exp i(\omega t - kz) d\omega$$

Il en résulte que, dans le calcul de $j_{\omega, L}^{(1)}$, on doit déformer le contour d'intégration comme suit :



En admettant que $\frac{k_I}{k_R}$ demeure faible, le pôle est voisin de l'axe réel et le courant est égal à :

$$j_{\omega, L}^{(1)}(z, v_c, t) \simeq \frac{q^2}{m} \Phi \left\{ \int_{v_c}^{\infty} \frac{v \frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} dv - i\pi \left(v \frac{dF_0}{dv} \right)_{v=\frac{\omega}{k}} \right\} \exp i(\omega t - kz) + C.C$$

Pour une distribution maxwellienne on obtient en notation réelle :

$$\begin{aligned} j_{\omega, L}^{(1)}(z, v_c, t) = & -\frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{q^2}{m} \frac{n_0 \Phi}{\alpha^3} \exp k_I z \left\{ \cos(\omega t - k_R z) \int_{v_c}^{\infty} \left\{ \left[1 + \left(\frac{k_I}{k_R} \right)^2 \right] v - \frac{\omega}{k_R} \right\} v^2 \exp -\frac{v^2}{\alpha^2} dv \right. \\ & + \sin(\omega t - k_R z) \int_{v_c > 0}^{\infty} \frac{k_I \omega v^2 \exp -\frac{v^2}{\alpha^2} dv}{\left[\left(v - \frac{\omega}{k_R} \right)^2 + \left(\frac{k_I}{k_R} v \right)^2 \right]} - \left\{ 2\pi \frac{\omega^2}{k_R^4} (1 - Y_{(\omega/k_R)}) \exp -\left[\frac{\omega^2 (k_R^2 - k_I^2)}{\alpha^2 (k_R^2 + k_I^2)} \right] \right\} \\ & \left. \left\{ \left[k_R^2 - k_I^2 \right] \sin(\omega t - k_R z + \frac{2k_R k_I \omega^2}{\alpha^2 (k_R^2 + k_I^2)}) + 2k_R k_I \cos(\omega t - k_R z + \frac{2k_R k_I \omega^2}{\alpha^2 (k_R^2 + k_I^2)}) \right\} \right\} \end{aligned}$$

$Y_{\frac{\omega}{k_R}}$ désignant la fonction échelon.

En fonction des grandeurs sans dimension précédemment définies et en tenant compte de $\frac{k_I}{k_R} \ll 1$ on a finalement :

$$\begin{aligned} j_{\omega, L}^{(1)}(z, U_c, t) = & \frac{D}{2} \Phi \exp k_I z \left\{ \cos(\omega t - k_R z) \int_{U_c > 0}^{\infty} \frac{\{ [1 + Q^2] U - N \} U^2 \exp -U^2 dU}{[(U - N)^2 + Q^2 U^2]} \right. \\ & \left. + \sin(\omega t - k_R z) \left\{ \int_{U_c > 0}^{\infty} \frac{Q N U^2 \exp -U^2 dU}{[(U - N)^2 + Q^2 U^2]} - \pi N^2 (1 - Y_{\frac{\omega}{k_R}}) \exp -N^2 \right\} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

avec $N = \frac{\omega}{k_R \alpha}$.

En fonction de l'énergie, cette expression s'écrit:

$$j_{\omega, L}^{(1)}(z, V_c, t) = \frac{D}{4} \phi \exp k_I z \left\{ \cos(\omega t - k_R z) \int_{V_c > 0}^{\infty} \frac{\{[1 + \varphi^2] V^{\frac{1}{2}} - N\} V^{\frac{1}{2}} \exp -V dV}{[(V^{\frac{1}{2}} - N)^2 + \varphi^2 V]} \right. \\ \left. + \sin(\omega t - k_R z) \left\{ \int_{V_c > 0}^{\infty} \frac{\varphi N V^{\frac{1}{2}} \exp -V dV}{[(V^{\frac{1}{2}} - N)^2 + \varphi^2 V]} - 2\pi N^2 (1 - Y_{\frac{\omega}{k_R}}) \exp -N^2 \right\} \right\} \quad (11)$$

Les expressions (10) et (11) montrent que $j_{\omega, L}^{(1)}$ a deux composantes, l'une en phase avec l'onde et l'autre en quadrature. On remarque notamment que la contribution des particules résonnantes, égale à $2\pi N^2 (1 - Y_{\omega/k_R}) \exp -N^2$ est en quadrature avec l'onde et qu'elle est d'autant plus importante que N est voisin de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c'est-à-dire $\frac{\omega}{k_R}$ voisin de V_{th} .

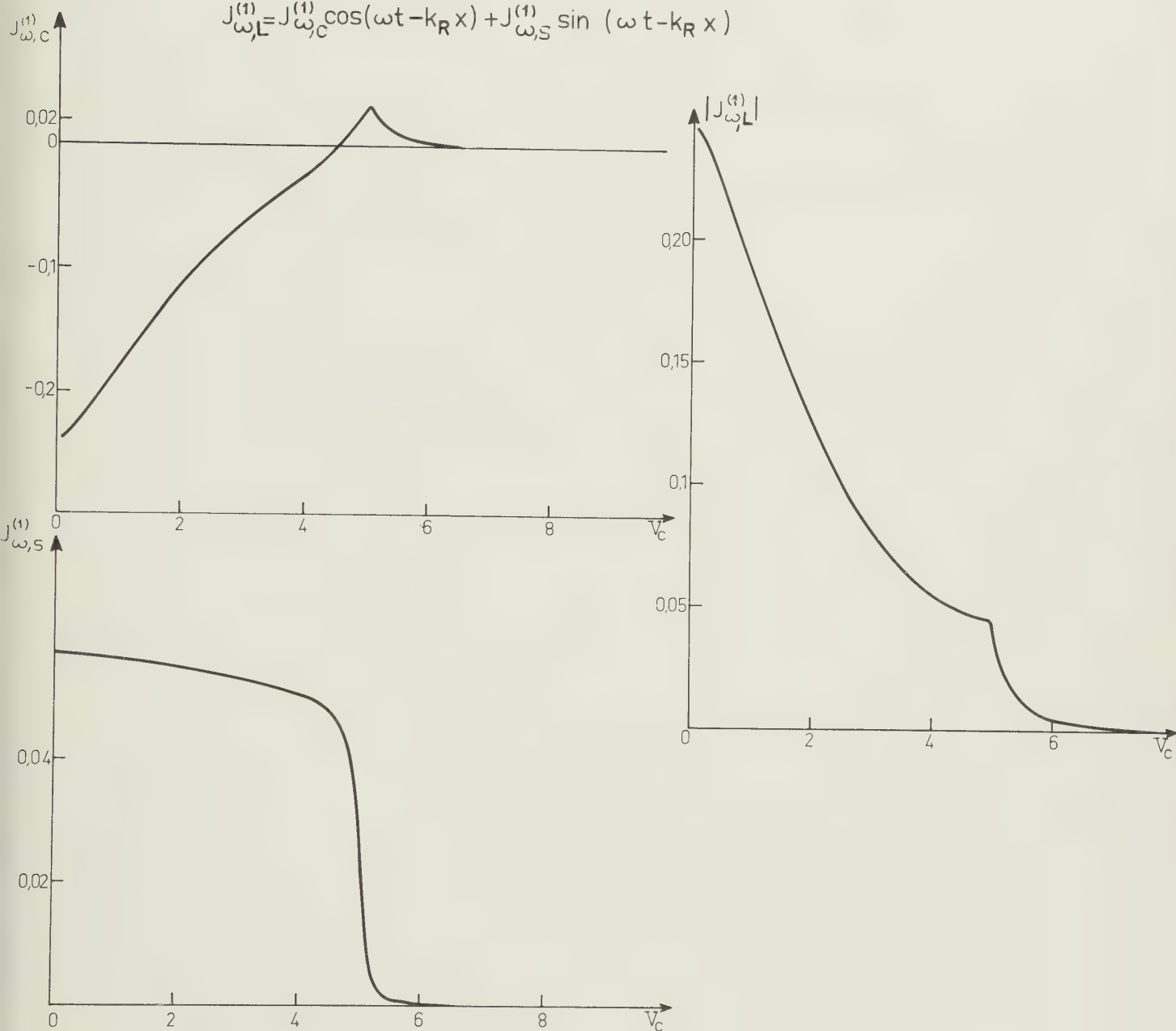
La figure [II.2] montre des résultats d'une étude numérique de l'analyse en énergie de ce courant dont on a noté sur des graphiques différents les deux composantes. La variation du module correspondant $|j_{\omega, L}^{(1)}|$ a également été représentée.

On remarque que les deux composantes sont du même ordre de grandeur. Elles caractérisent la nature réactive ou dissipative de l'interaction onde-particules. La composante dissipative du courant, représentée par la composante en $\cos$ change de signe au voisinage de l'énergie correspondant à la résonance avec l'onde ($V = \frac{\omega}{k_R}$).

Il en résulte que l'interaction avec les seules particules rapides correspond à un gain d'énergie de l'onde. Par contre l'interaction mettant en jeu la fonction de distribution complète, correspondant à $V_c = 0$ conduit à une dissipation d'énergie. Par ailleurs l'on note que l'amplitude des deux composantes décroît suivant l'espace comme l'onde.

COURANT ELECTRONIQUE $J_{\omega}^{(1)}$
Solution de "Landau"

$$J_{\omega,L}^{(1)} = J_{\omega,C}^{(1)} \cos(\omega t - k_R x) + J_{\omega,S}^{(1)} \sin(\omega t - k_R x)$$



-FIG. II. 2 -

Paramètres : $D \Phi \exp -k_I z = 1$

$$N = \frac{\omega}{k_R \alpha} = \sqrt{5}$$

$$Q = \frac{k_I}{k_R} = 0,05$$

$$V_C = \frac{v_C^2}{\alpha^2}$$

II.4 : CONCLUSION

Dans cet exemple il est montré qu'il est nécessaire de faire appel aux solutions de Landau et de Van Kampen pour rendre compte du courant H.F. lié aux ondes "plasma électronique". Les deux composantes

$j_{\omega,b}^{(1)}$ et $j_{\omega,L}^{(1)}$ qui viennent d'être calculées se conjuguent pour donner le courant résultant :

$$j_{\omega}^{(1)} = j_{\omega,b}^{(1)} + j_{\omega,L}^{(1)}$$

On présentera dans la seconde partie de ce travail des mesures expérimentales de ce courant.

Note : Une étude similaire à celle-ci a été conduite par J. Scharer [5]. Celui-ci utilise un formalisme quelque peu différent du nôtre mais il aboutit à des conclusions identiques.

II.5: BIBLIOGRAPHIE

=====

- [1] R.W. GOULD
Phys. Rev., 136, 4A (1964)

- [2] M.R. FEIX
Phys. Let., 9, 123 (1964)

- [3] F. EINAUDI and W.I. AXFORD
Jal. Plas ma Phys. 1, 483 (1967)

- [4] L. LANDAU
Jal. Phys. USSR , 10, 25 (1946)

- [5] J. SCHARER
EUR. CEA. FC. 556 (1970)
à paraître dans Phys. Fluids.

CHAPITRE III

DEFORMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DUE A LA PROPAGATION D'ONDES "PLASMA ELECTRONIQUE " DE FAIBLE AMPLITUDE

III.1 : INTRODUCTION

Le calcul de Landau, poursuivi au second ordre, permet d'étudier les principaux mécanismes d'interaction du type onde-onde et onde-particules, notamment :

- le piégeage [1, 9]
- le couplage de modes [10, 28]
- la déformation quasi linéaire de la fonction de distribution [29, 36]

Les trois effets peuvent apparaître simultanément dans une même expérience. Toutefois on peut définir des conditions pour lesquelles les deux premières interactions sont faibles et où la troisième est le phénomène dominant.

A toute oscillation d'amplitude ϕ , on associe une fréquence caractéristique F_b (fréquence de piégeage).

$$F_b = \frac{k}{2\pi} \sqrt{\frac{e\phi}{m}}$$

qui correspond au temps d'oscillation d'une particule résonnante dans le puits de potentiel de l'onde et une longueur caractéristique L_b (longueur de piégeage) définie par :

$$L_b = \frac{2\pi\omega}{k^2} \sqrt{\frac{m}{e\phi}}$$

Toutefois, pour que le phénomène soit significatif, il est nécessaire que la longueur d'observation L soit supérieure à la longueur de piégeage :

$$L > L_b$$

Il en résulte que le piégeage est le phénomène dominant au delà d'un certain seuil d'amplitude.

On portera, sur un certain nombre de courbes expérimentales, la valeur ϕ_b qui correspond à l'amplitude de l'onde dont la longueur de piégeage associée est égale à la longueur de l'expérience ($L_e = 60$ cm). Pour les ondes de plus faible amplitude le phénomène de piégeage joue un rôle faible et l'on peut admettre qu'il est négligeable lorsque :

$$L_e < 2L_b \quad (1)$$

Dans la suite de ce travail, sauf en quelques occasions qui seront rapportées pour comprendre l'évolution du phénomène et qui seront alors désignées explicitement, on se placera dans des conditions où l'inéquation (1) est satisfaite.

Par le second mécanisme (couplage de modes) l'onde $\omega = \omega_1$ peut créer des harmoniques aux fréquences supérieures ou se désintégrer en un spectre de fréquences plus basses.

La génération d'harmoniques aux fréquences $\frac{\omega_3}{2\pi} = n \frac{\omega_1}{2\pi}$ (n désignant un entier positif) est un phénomène peu probable dans le cas des ondes "plasma électronique" correspondant aux plasmas peu denses ($\omega_1 \sim \omega_p$). En effet, la forme non linéaire $\omega = f(k_R)$ de la relation de dispersion ne permet pas de satisfaire la règle de sélection correspondante sur le nombre d'onde longitudinal :

$$k_3 = nk_1$$

Le processus n'est résonnant que dans la branche rectiligne de la courbe de dispersion [18], c'est-à-dire $\omega \ll \omega_p$ et il est très facile d'éviter ces conditions.

Par contre, si l'amplitude de l'onde est supérieure à un seuil défini par :

$$\phi \geq \frac{\sqrt{k_I^2 - \Delta k^2}}{k \mathcal{U}} \quad (2)$$

k_I désignant le taux de croissance des ondes créées, Δk le défaut de résonnance de ces mêmes ondes et $\mathcal{U}$ la matrice de couplage des modes Perulli et al. [22, 24, 27] ont montré qu'il pouvait y avoir désintégration de l'onde mère en un spectre de fréquences plus basses. Ce phénomène peut être supprimé si l'on considère des ondes de faible amplitude, le critère correspondant étant déduit de la relation (2).

Les conditions (1) et (2) étant satisfaites on peut considérer l'étude de la déformation quasi-linéaire de la fonction de distribution en l'absence des autres mécanismes. On étudie successivement les cas de l'interaction entre une onde monochromatique et le plasma (paragraphe II) et l'interaction entre un spectre d'ondes et le plasma (paragraphe III).

III.2 : DEFORMATION QUASI LINEAIRE DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION SOUS L'INFLUENCE D'UNE

ONDE "PLASMA ELECTRONIQUE" DE FAIBLE AMPLITUDE.

A. / DEFINITION DU MODELE

Un plasma, caractérisé par une distribution de Maxwell limitée aux vitesses positives $F_0(v)$ est créé en $z = Z_s < 0$. En $z = 0$, on excite continuellement une onde "plasma électronique" qui se propage et s'amortit dans les deux directions. Les particules émises avec des vitesses $v = \frac{dz}{dt} > 0$ interagissent avec l'onde jusqu'à la position $z = Z_0 > 0$ où elles sont analysées. Il en résulte une modification de la fonction de distribution moyennée sur le temps $f_0^{(2)}(z, v)$ définie par : (schéma (a))

$$f_0^{(2)}(z, v) = f_{0(\text{avec onde})}(z, v) - F_0(v)$$

à laquelle correspond un courant cohérent :

$$j_0^{(2)}(z, v_c) = q \int_{v_c}^{\infty} [f_0(z, v) - F_0(v)] v dv$$

v_c définissant une vitesse de coupure.

Pour déterminer ces deux grandeurs on suit un schéma général de calcul introduit par Malmberg, Jensen et O'Neil [33]. On le complète et on l'adopte à notre modèle en tenant compte notamment des hypothèses du chapitre II.

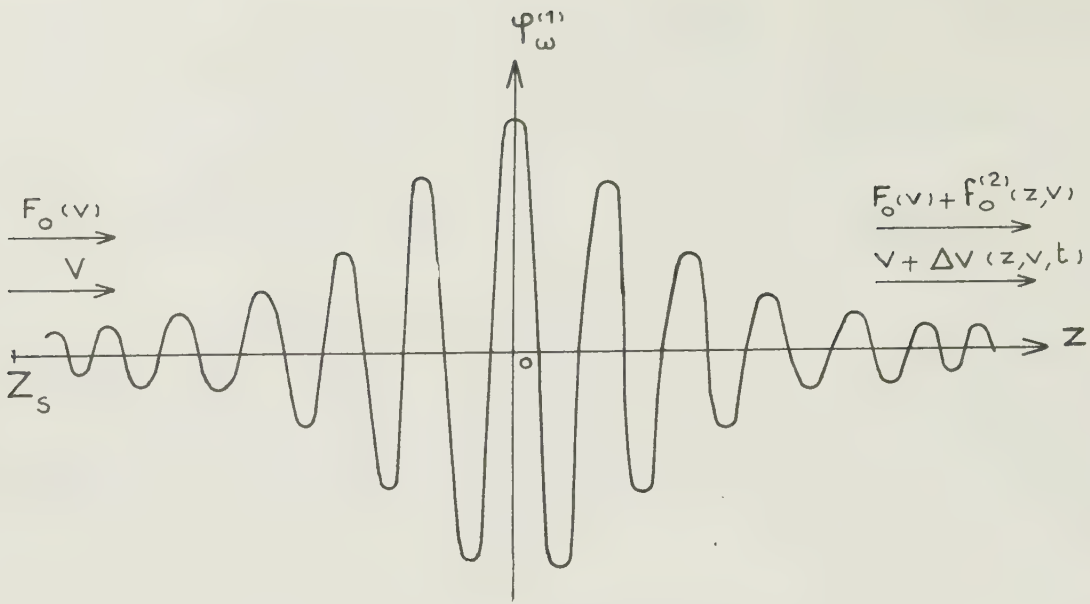


Schéma (a)

B. / CALCUL DE LA MODIFICATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION $f_o^{(2)}$ ET DU COURANT COHERENT $j_o^{(2)}$.

On reprend les résultats du chapitre II en considérant les interactions à fréquence nulle. L'équation (II, 1) notamment, conduit à :

$$v \frac{\partial f_o^{(2)}}{\partial z}(z, v) - \frac{q}{m} \frac{\partial \varphi_o^{(2)}}{\partial z}(z) \frac{df_o}{dv}(v) = \frac{q}{m} \sum_{\omega} \frac{\partial \varphi_{-\omega}^{(1)}}{\partial z}(z) \cdot \frac{\partial f_{\omega}^{(1)}}{\partial v}(z, v) \quad (3)$$

Si l'on admet que des conditions aux limites interdisent l'apparition de tout champ électrique statique on a :

$$\varphi_o^{(2)}(z) \equiv 0$$

Il en résulte que, pour une onde monochromatique, (3) se réduit à :

$$v \frac{\partial f_o^{(2)}}{\partial v}(z, v) = \frac{q}{m} \left\{ \frac{\partial \varphi_{-\omega}^{(1)}}{\partial z}(z) \frac{\partial f_{+\omega}^{(1)}}{\partial z}(z, v) + \frac{\partial \varphi_{\omega}^{(1)}}{\partial z}(z) \frac{\partial f_{-\omega}^{(1)}}{\partial v}(z, v) \right\} \quad (4)$$

$f_{\pm\omega}^{(1)}(z, v)$ a été calculé (II, 4). L'indétermination de $\mu_{\pm}(v)$ est levée si l'on tient compte du fait que les relations (II, 4) doivent satisfaire identiquement l'équation de Poisson ce qui, pour $z > 0$ par exemple, conduit à :

$$k^2 \phi \exp -ikz = \frac{q^2}{\epsilon_0} k \phi \exp -ikz \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{v} \frac{dF_0}{dv} \frac{1}{k-\omega} dv$$

$$+ \frac{q}{\epsilon_0} \exp -i \frac{\omega}{v} z \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\mu_+(v) + \frac{q}{m} k \phi \frac{dF_0}{dv} \left(\frac{1}{kv+\omega} - \frac{1}{kv-\omega} \right) \right] dv$$

Cette relation doit être satisfait quelque soit z ce qui entraîne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\mu_+(v) + \frac{q}{m} k \phi \frac{dF_0}{dv} \left(\frac{1}{kv+\omega} - \frac{1}{kv-\omega} \right) \right] dv = 0$$

puisque le complément est identique à la relation de dispersion linéaire $\epsilon(\omega, k) \equiv 0$.

En choisissant la solution particulière :

$$\mu_+(v) = -\frac{q}{m} k \phi \frac{dF_0}{dv} \left(\frac{1}{kv+\omega} - \frac{1}{kv-\omega} \right)$$

(II, 4) se réduit à :

$$\begin{cases} f_{\omega}^{(1)}(z, v) = \frac{q}{m} k \phi \frac{dF_0}{dv} \frac{1}{kv-\omega} \exp -ikz \\ f_{-\omega}^{(1)}(z, v) = \frac{q}{m} k^* \phi \frac{dF_0}{dv} \frac{1}{k^*v-\omega} \exp +ik^*z \end{cases}$$

On en tire :

Pour $z < 0$

$$\frac{\partial f_o^{(2)}}{\partial z}(z, v) = i \frac{q^2}{m^2} k k^* \phi^2 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \left(\frac{1}{k^*v+\omega} - \frac{1}{kv+\omega} \right) \frac{dF_0}{dv} \right\} \exp i(k-k^*)z$$

expression, qui, après intégration, conduit à la valeur particulière :

$$f_o^{(2)}(z=0, v) = \frac{q^2}{m^2} \frac{k k^*}{k-k^*} \phi^2 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \left(\frac{1}{k^*v+\omega} - \frac{1}{kv+\omega} \right) \frac{dF_0}{dv} \right\}$$

Pour $z > 0$

$$\frac{\partial f_o^{(2)}}{\partial z}(z, v) = i \frac{q^2}{m^2} k k^* \phi^2 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \left(\frac{1}{kv-\omega} - \frac{1}{k^*v-\omega} \right) \frac{dF_0}{dv} \right\} \exp i(k^*-k)z$$

qui, après intégration et compte tenu de la continuité en $z = 0$, conduit à la solution :

$$f_o^{(2)}(z>0, v) = \frac{q^2}{m^2} \frac{k k^*}{k^*-k} \phi^2 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \left[\left(\frac{1}{kv+\omega} - \frac{1}{k^*v+\omega} \right) + \left(\frac{1}{kv-\omega} - \frac{1}{k^*v-\omega} \right) (\exp i[k^*-k]z - 1) \right] \frac{dF_0}{dv} \right\}$$

En remplaçant k et k^* par leur valeur on obtient finalement :

$$f_o^{(2)}(z>0, v) = \frac{q^2}{m^2} (k_R^2 + k_I^2) \phi \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \left[\frac{1}{(k_R^2 + k_I^2)v^2 + 2k_R\omega v + \omega^2} + \frac{(\exp -2k_I z - 1)}{(k_R^2 + k_I^2)v^2 - 2k_R\omega v + \omega^2} \right] v \frac{dF_0}{dv} \right\} \quad (5)$$

La forme particulière de $f_o^{(2)}(z, v)$ suggère de déterminer la variation de courant associée à cette perturbation.

$$j_o^{(2)}(z, v_c) = q \int_{v_c > 0}^{\infty} f_o^{(2)}(z, v) v dv$$

qui représente le courant des particules ayant une vitesse supérieure à v_c , soit :

$$j_o^{(2)}(z, v_c) = \frac{q^3}{m^3} (k_R^2 + k_I^2) \Phi^2 \left\{ \left[\frac{1}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 + 2k_R \omega v_c + \omega^2} + \frac{\exp(-(2k_I z) - 1)}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 - 2k_R \omega v_c + \omega^2} \right] v_c \left(\frac{dF}{dv} \right)_{v=v_c} \right\} \quad (6)$$

On particularise le problème en considérant le cas d'une distribution maxwellienne $F_o(v)$ normalisée comme suit :

$$\int_0^{\infty} F_o(v) dv = n_o$$

Les expressions (5) et (6) s'écrivent alors :

$$f_o^{(2)}(z, v) = -\frac{4n}{\sqrt{\pi}\alpha^3} \frac{q^2}{m^2} (k_R^2 + k_I^2) \Phi^2 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \left[\frac{1}{(k_R^2 + k_I^2) v^2 + 2k_R \omega v + \omega^2} + \frac{\exp(-(2k_I z) - 1)}{(k_R^2 + k_I^2) v^2 - 2k_R \omega v + \omega^2} \right] v^2 \exp - \frac{v^2}{\alpha^2} \right\} \quad (7)$$

et

$$j_o^{(2)}(z, v_c) = \frac{4n_o}{\sqrt{\pi}\alpha^3} \frac{q^3}{m^3} (k_R^2 + k_I^2) \Phi^2 \left\{ \left[\frac{1}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 + 2k_R \omega v_c + \omega^2} + \frac{\exp(-(2k_I z) - 1)}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 - 2k_R \omega v_c + \omega^2} \right] v_c^2 \exp - \frac{v_c^2}{\alpha^2} \right\} \quad (8)$$

C. / DISCUSSION

La fonction de distribution $f_o^{(2)}$ et le courant cohérent associé $j_o^{(2)}$ ont des expressions analytiques qui présentent une certaine similitude. Il en résulte que l'on peut discuter simultanément de leurs propriétés communes.

On remarque notamment que ces grandeurs sont proportionnelles au carré de l'amplitude de l'onde. Les déformations sont centrées au voisinage de la résonance : $v = \frac{\omega}{k_R}$ (le premier terme, proportionnel à $\frac{1}{(k_R^2 + k_I^2)v^2 + 2k_R\omega v + \omega^2}$ correspond à l'interaction des particules entre les abscisses $z = Z_S$ et $z = 0$. Sa contribution est toujours faible).

$j_o^{(2)}$ a la forme d'une distribution de Lorentz de largeur caractéristique $\frac{k_I}{k_R}$. Son amplitude, pour des distances faibles, croît comme :

$$\exp -(2k_I z) - 1 \simeq -2k_I z + 2k_I^2 z^2 + \dots$$

et elle se sature après quelques longueurs d'amortissement. ($z \gg \frac{1}{k_I}$).

Remarque : $f_o^{(2)}$ apparaît sous la forme d'une équation de diffusion qui évolue de manière à ce que $\frac{\partial f_o^{(2)}}{\partial v}$ diminue. Pour étudier dans un large domaine cette évolution, il faudrait rendre le modèle self consistant, c'est-à-dire qu'il faudrait notamment tenir compte de l'évolution de l'amortissement k_I proportionnel à $\frac{\partial}{\partial v} [F_o + f_o^{(2)}]$.

Pour rendre plus quantitative cette idée on évalue le rapport :

$$\eta = \frac{\frac{\partial f_o^{(2)}}{\partial v}}{\frac{dF_o}{dv}}$$

entre la pente de la perturbation et la pente de la fonction de distribution initiale. En se limitant à la condition la plus restrictive, c'est-à-dire en considérant les particules résonnantes on obtient :

$$\eta_{\text{rés.}} \simeq \frac{128 \pi^2}{k_R^2 k_I^2 L_b^4} \quad (9)$$

La condition $\eta = 1$ correspond au cas où la pente de la déformation s'oppose exactement à la pente de distribution initiale. Elle correspond donc à l'apparition d'un plateau sur la distribution résultante.

Il en résulte que le calcul de $f_o^{(2)}$, en tenant compte de la valeur initiale de k_I , est correct si $\eta_{\text{rés.}} \ll 1$ et il correspond à une approximation d'autant moins bonne que $\eta_{\text{rés.}}$ tend vers 1.

D. / ETUDE NUMERIQUE

On évalue numériquement les expressions (7 et 8) dans quelques cas particuliers susceptibles d'être vérifiés dans notre expérience en considérant notamment la solution asymptotique ($Z \rightarrow \infty$). En fonction des grandeurs sans dimension

$$\frac{V}{\alpha} = U$$

$$\frac{V_c}{\alpha} = U_c$$

$$\frac{k_I}{k_R} = Q$$

$$\frac{\omega}{k_R \alpha} = N$$

et de la constante :

$$C = \frac{4n_0}{\sqrt{\pi} \alpha^3} \frac{q^2}{m^2} \phi^3$$

on a :

$$j_o^{(2)}(\infty, U_c) = qC(1+Q^2) \left\{ \left[\frac{1}{(1+Q^2)U_c^2 + 2NU_c + N^2} - \frac{1}{(1+Q^2)U_c^2 - 2NU_c + N^2} \right] U_c^2 \exp -U_c^2 \right\} \quad (10)$$

Afin de comparer plus aisément cette expression avec les résultats de l'expérience, on exprime le courant en fonction de l'énergie normalisée, c'est-à-dire qu'en posant :

$$V_c = \frac{V_c^2}{\alpha^2}$$

on obtient :

$$j_o^{(2)}(\infty, V_c) = qC(1+Q^2) \left\{ \left[\frac{1}{(1+Q^2)V_c + 2NV_c^{\frac{1}{2}} + N^2} - \frac{1}{(1+Q^2)V_c - 2NV_c^{\frac{1}{2}} + N^2} \right] V_c \exp -V_c \right\} \quad (11)$$

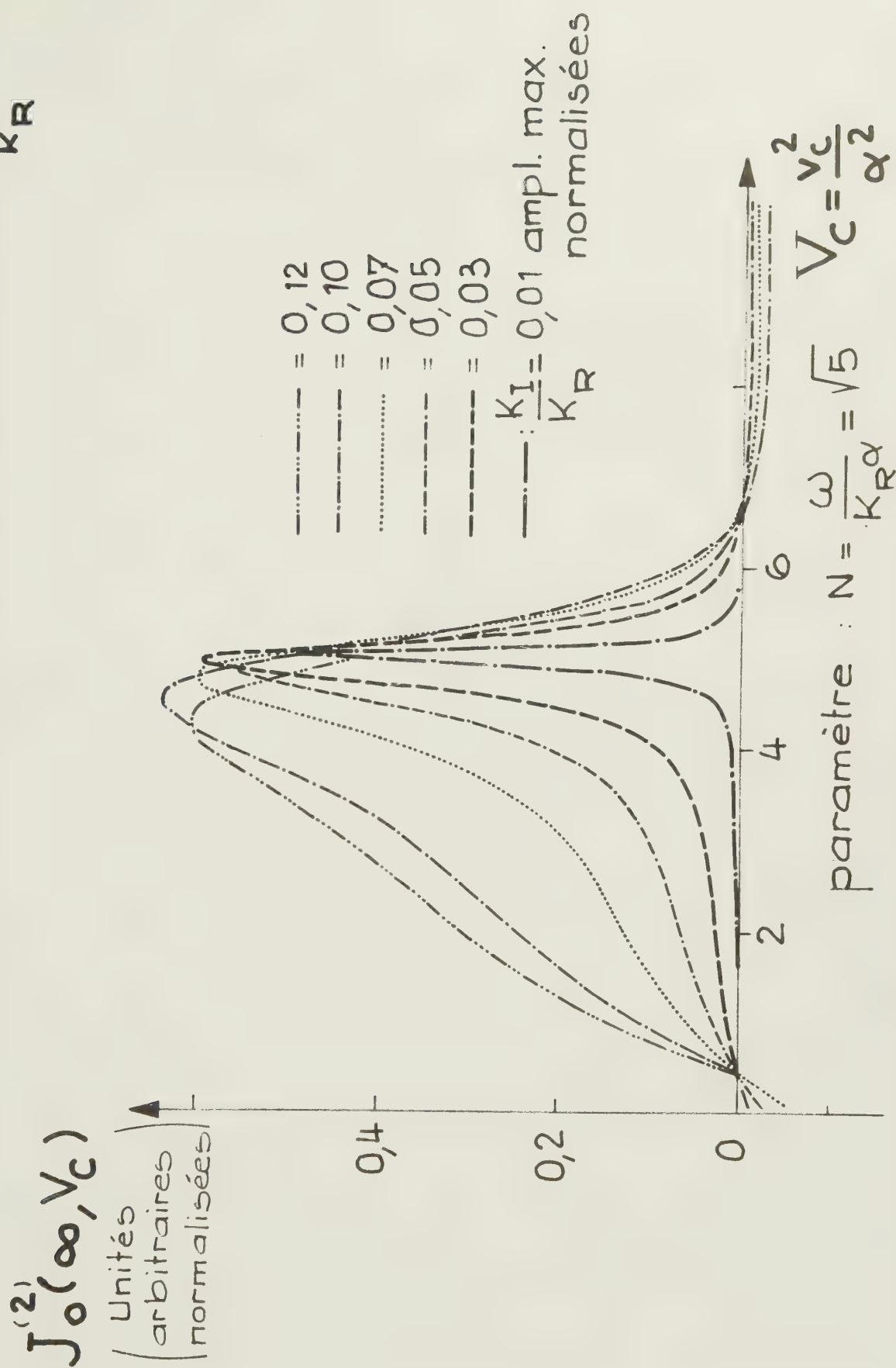
Les courbes correspondantes sont reportées sur la fig. [III.1]

Pour les valeurs faibles de l'amortissement, le courant cohérent $j_o^{(2)}(\infty, V_c)$ présente une structure de résonance très aiguë au voisinage de l'énergie associée à la vitesse de phase de l'onde. Par contre lorsque le taux d'amortissement croît, il s'ensuit une déformation de cette structure qui affecte notamment la partie adiabatique de la fonction de distribution. Le maximum du courant cohérent se déplace vers les faibles énergies.

Avec les mêmes notations on exprime la perturbation de la fonction de distribution

$$f_o^{(2)}(\infty, U) .$$

Fig III.1 COURANT COHÉRENT $J_0^{(2)}$ DÙ A UNE
ONDE "PLASMA ÉLECTRONIQUE" AMORTIE
ÉVOLUTION EN FONCTION DE L'AMORTISSEMENT $\frac{k_I}{k_R}$



$$f_o^{(2)}(\infty, U) = \frac{2C}{\alpha^2} (1+Q^2) \left\{ \left[(1+Q^2)U^4 + N^2U^2 - N^2 \right] \left[\frac{1}{\{(1+Q^2)U^2 - 2NU + N^2\}^2} - \frac{1}{\{(1+Q^2)U^2 + 2NU + N^2\}^2} \right] \right. \\ \left. + NU(1-2U^2) \left[\frac{1}{\{(1+Q^2)U^2 + 2NU + N^2\}^2} + \frac{1}{\{(1+Q^2)U^2 - 2NU + N^2\}^2} \right] \right\} \exp - U^2 \quad (12)$$

et

$$f_o^{(2)}(\infty, V) = \frac{2C}{\alpha^2} (1+Q^2) \left\{ \left[(1+Q^2)V^2 + N^2V - N^2 \right] \left[\frac{1}{\{(1+Q^2)V - 2NV\frac{1}{2} + N^2\}^2} - \frac{1}{\{(1+Q^2)V + 2NV\frac{1}{2} + N^2\}^2} \right] \right. \\ \left. + NV\frac{1}{2}(1-2V) \left[\frac{1}{\{(1+Q^2)V + 2NV\frac{1}{2} + N^2\}^2} + \frac{1}{\{(1+Q^2)V - 2NV\frac{1}{2} + N^2\}^2} \right] \right\} \exp - V \quad (13)$$

Les courbes représentatives de cette fonction sont reportées sur la fig. [III.2] . Pour en faciliter la représentation on normalise l'ordonnée maximum de ces courbes à 1 en reportant sur la légende la valeur réelle de l'ordonnée correspondante.

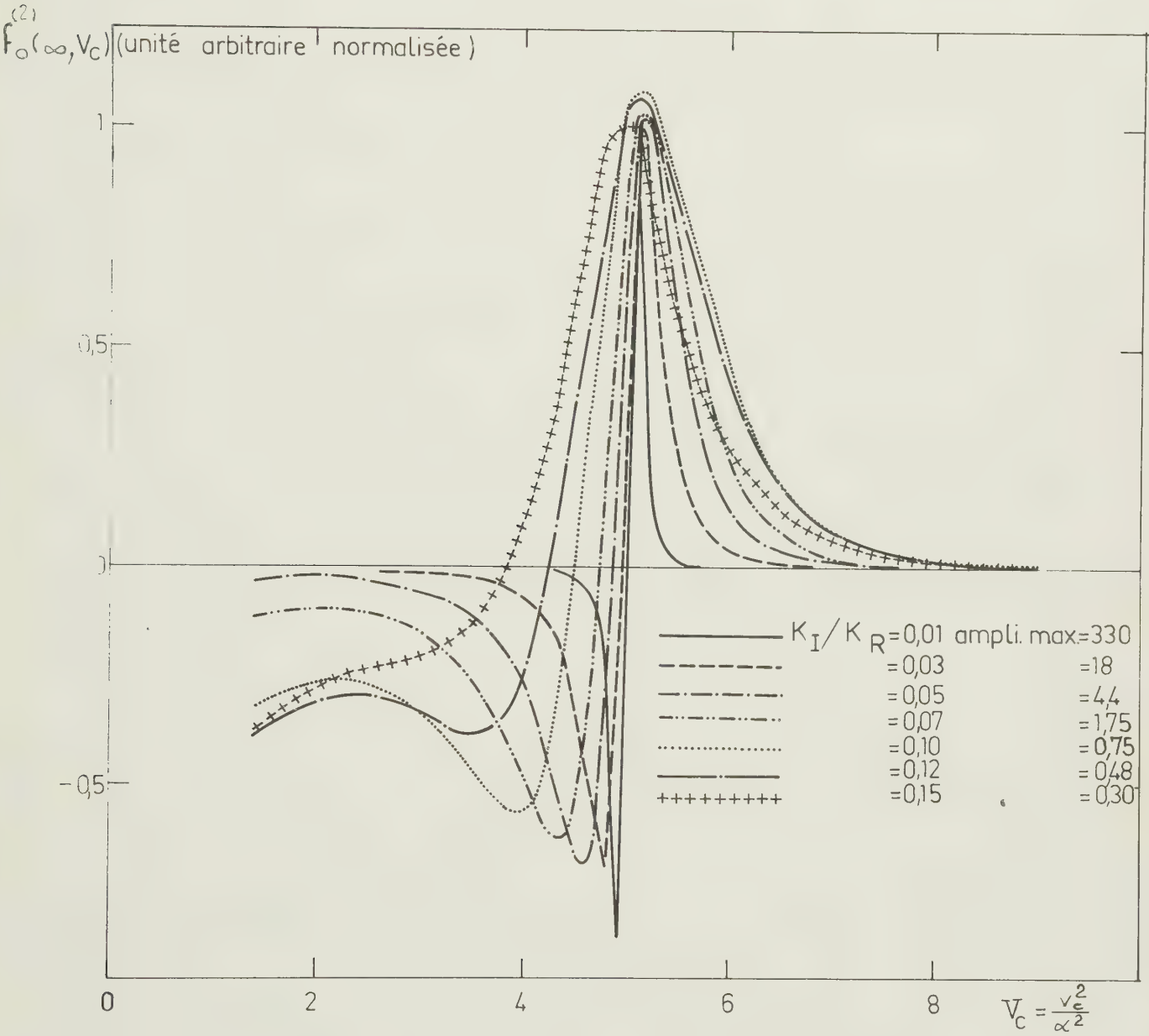
La déformation de la fonction de distribution correspond toujours à une augmentation du nombre des particules ayant une vitesse supérieure à la vitesse de phase de l'onde et à une diminution du nombre des particules plus lentes. Cet effet est d'autant plus important que l'amplitude et le taux d'amortissement de l'onde sont élevés.

On détermine également l'allure de la fonction de distribution $f_o(\infty, V)$ qui apparaît après l'interaction,

$$f_o(\infty, V) = F_o(V) + f_o^{(2)}(\infty, V)$$

Sur la fig [III.3] le réseau de courbes correspond à une valeur du coefficient d'amortissement et à différentes valeurs de l'amplitude de l'onde. On remarque que la déformation de la fonction de distribution est importante lorsque l'amplitude de l'onde devient grande. On ne peut cependant pas faire croître l'amplitude de l'onde au delà d'un certain seuil, défini par la relation (1), qui correspond à l'apparition du piégeage. Sur cette figure en particulier, pour une fréquence d'excitation égale à 70 MHz, la longueur caractéristique de piégeage devient égale à la longueur de l'expérience pour $\Phi = 0,15$ V. La courbe correspond à une amplitude de l'onde égale à 0,2 V ne doit pas être retenue. Elle n'est présentée ici que pour mieux comprendre le sens d'évolution du phénomène qui évoluerait vers une distribution à deux bosses. Si l'effet physique peut être retenu il est certain que l'amplitude correspondante, déduite d'un modèle où $\frac{k_I}{k_R}$ est demeuré constant, est erronée et correspond à une estimation par défaut.

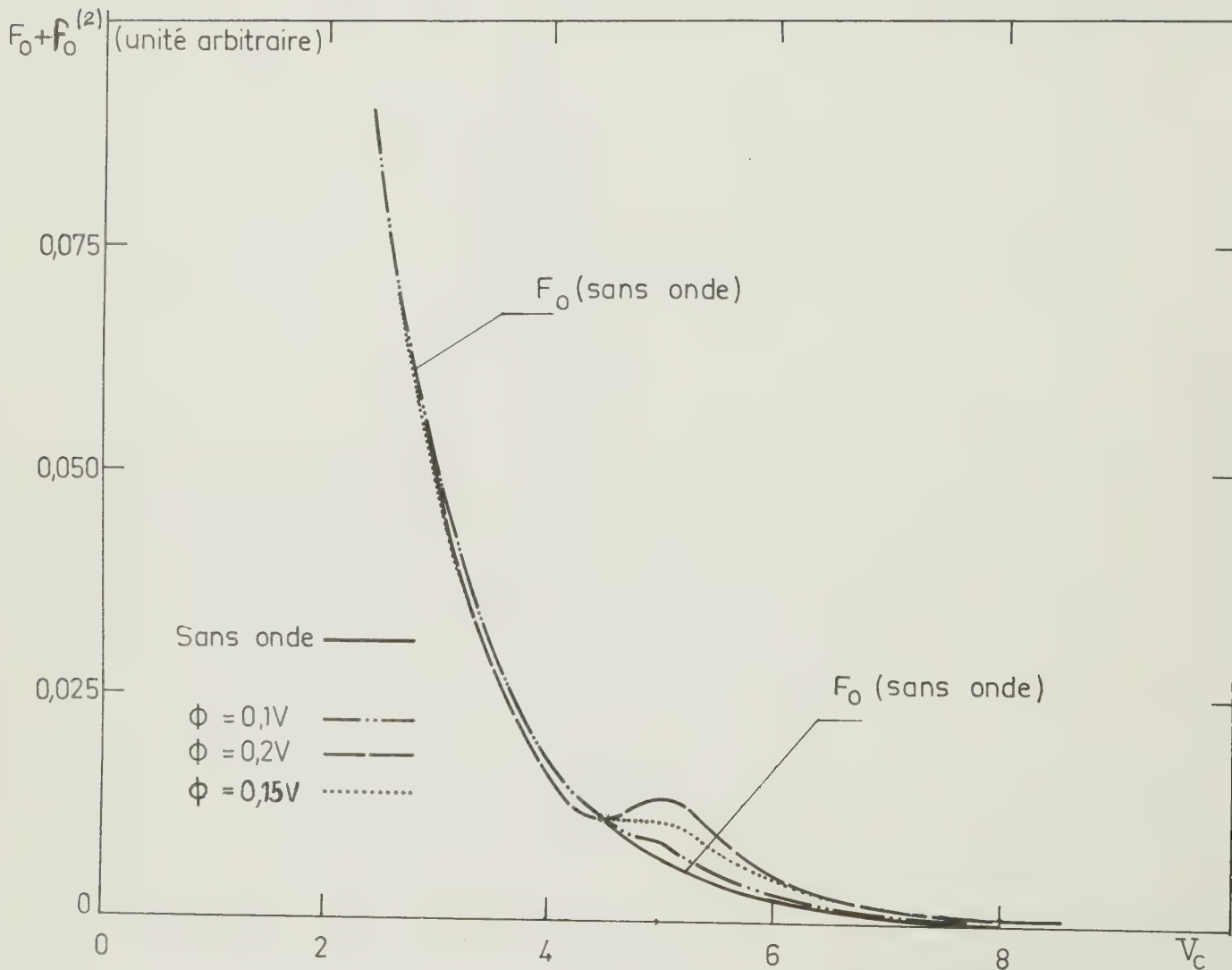
MODIFICATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION $f_0^{(2)}$ DUE A
 UNE ONDE "PLASMA-ELETRONIQUE" AMORTIE
 EVOLUTION EN FONCTION DE L'AMORTISSEMENT $\frac{K_I}{K_R}$



- FIG III. 2

Paramètre : $N = \frac{\omega}{K_R \alpha} = \sqrt{5}$ amplitude maximum normalisée

INFLUENCE THEORIQUE DU POTENTIEL DE L'ONDE
 " PLASMA ELECTRONIQUE " AMORTIE SUR LA FONCTION
 DE DISTRIBUTION $F_0 + F_0^{(2)}$



- FIG. III.3

Paramètres : $V_c = \frac{v_c^2}{\alpha^2}$

$N = \frac{\omega}{K_R \alpha} = \sqrt{5}$

$Q = \frac{KI}{K_R} = 0,1$

$\alpha = \sqrt{2} V_{th}$

Solution asymptotique

Remarque : ($\phi_b = 0,15 V$ pour $F = 70 MHz$)

E. / CONCLUSION

L'étude qui vient d'être présentée a montré que l'interaction quasi-linéaire entre une onde monochromatique de faible amplitude et un plasma conduit à une modification de la fonction de distribution particulièrement sensible dans la zone de résonance. Cette interaction se traduit par une équation de diffusion qui évolue de manière à faire décroître la pente de la fonction de distribution au point de résonance. Elle conduit, par conséquent, à une diminution de l'amortissement du mode correspondant par effet Landau.

III.3 : DEFORMATION QUASI LINEAIRE DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION SOUS L'INFLUENCE D'UN

SPECTRE D'ONDES "PLASMA ELECTRONIQUE" : THEORIE QUASI-LINEAIRE

A. / INTRODUCTION

Le problème précédent se généralise en considérant l'interaction entre un spectre d'ondes "plasma électronique" et le milieu.

Ce mécanisme, plus particulièrement appelé dans la littérature théorie quasi-linéaire, a fait l'objet de nombreux travaux dans le cas temporel [29, 30, 32, 34] . Seul Drummond [31] a entrepris une étude dans le cas spatial en se limitant au cas des ondes instables. On s'est inspiré de son travail pour considérer le cas des ondes stables. Cette étude fut suggérée par Laval et Pellat qui contribuèrent également à son succès en développant les calculs du problème temporel [34] .

B. / DEFINITION DU MODELE :

Un spectre d'ondes "plasma électronique", dont les vitesses de phase $\frac{\omega_j}{k_{Rj}}$ sont comprises entre deux limites v_1 et v_2 , se propage le long d'une colonne de plasma. Ces ondes peuvent être engendrées par un générateur de bruit couplé au milieu par une antenne. Les modes s'amortissent par effet Landau et il en résulte une interaction du type onde-particule qui modifie la fonction de distribution du plasma. Les ondes peuvent également être engendrées dans le milieu par une instabilité du type faisceau - plasma par exemple. Dans ce cas les modes croissent suivant l'espace et interagissent également avec le milieu. On admet que, dans ce second cas, le faisceau est suffisamment chaud pour qu'il existe un spectre de fréquences large. Cette condition va être précisée.

C. / HYPOTHESES

On rappelle les hypothèses qui sont à la base de la théorie quasi-linéaire :

- On se limite à l'approximation de la turbulence faible. L'amplitude des oscillations est telle que la densité d'énergie associée à ces fluctuations est faible en comparaison de la densité d'énergie cinétique des particules du plasma mais toutefois grande par rapport aux fluctuations thermiques, ce qui peut s'écrire :

$$\boxed{\frac{1}{n_o \lambda_o^3} \ll \frac{e \phi}{k T} \ll 1} \quad (14)$$

- La dispersion des ondes ($\Delta \omega, \Delta k$) doit être suffisante pour éviter tout mécanisme de piégeage soit :

$$\boxed{\frac{1}{\Delta k + k \frac{\Delta \omega}{\omega}} \ll 2\pi \frac{\omega}{k^2} \sqrt{\frac{m}{e \phi}}} \quad (15)$$

Les conditions (14) et (15) représentent les relations fondamentales qui doivent être satisfaites dans l'étude de la théorie quasi-linéaire.

D'autres conditions sont liées au problème particulier considéré. Si l'on étudie l'interaction du milieu avec un spectre d'ondes "plasma électronique" faiblement amorties, ces conditions s'écrivent :

$$\boxed{\begin{array}{ll} k_R \lambda_o \ll 1 & (a) \\ \frac{1}{n_o} \left(\frac{dF_o}{dv} \right)_{v=\frac{\omega}{k_R}} < \frac{2}{3\pi} \frac{(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} - 1)^2}{\lambda_o^2 \omega_p^2} & (b) \end{array}} \quad (16)$$

(16 a) se rapportant à la condition d'existence de ces ondes et (16b) à la condition d'existence d'un amortissement faible.

Les calculs sont développés dans le cadre des hypothèses du chapitre II [II.2] .

D. / EQUATIONS DU PROBLEME :

Dans ces conditions l'équation de Vlasov se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial t} f(z, v, t) + v \cdot \frac{\partial f}{\partial z}(z, v, t) + \frac{q}{m} E(z, t) \cdot \frac{\partial}{\partial v} f(z, v, t) = 0 \quad (17)$$

A chacune des grandeurs A (t) peut être associée une moyenne temporelle définie par :

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \limite_{t \rightarrow \infty} \text{ de } \frac{1}{t} \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} A(t) dt \\ &= \bar{A}_o \end{aligned}$$

On définit alors les grandeurs perturbées :

$$\begin{aligned} F^1(z, v, t) &= f(z, v, t) - \bar{F}_0(z, v) \\ \mathcal{E}^1(z, t) &= E(z, t) - \bar{E}_0(z) \end{aligned}$$

dont les valeurs moyennes sont nulles par définition.

$$\langle F^1(z, v, t) \rangle = \langle \mathcal{E}^1(z, t) \rangle \equiv 0$$

En prenant la valeur moyenne de (17), après quelques calculs, on obtient :

$$v \cdot \frac{\partial \bar{F}}{\partial z} + \frac{q}{m} [\bar{E}_0] \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v} = - \frac{q}{m} \langle \mathcal{E}^1 \cdot \frac{\partial F^1}{\partial v} \rangle \quad (18)$$

Le premier membre représente l'évolution spatiale de la fonction de distribution en l'absence de perturbation alors que le second membre représente la modification due aux fluctuations.

Pour obtenir l'équation d'évolution de la distribution perturbée on retranche (18) de (17) soit :

$$\frac{\partial F^1}{\partial t} + v \frac{\partial F^1}{\partial z} + \frac{q}{m} \bar{E}_0 \cdot \frac{\partial F^1}{\partial v} + \frac{q}{m} \mathcal{E}^1 \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v} + \frac{q}{m} \mathcal{E}^1 \frac{\partial F^1}{\partial v} - \frac{q}{m} \langle \mathcal{E}^1 \cdot \frac{\partial F^1}{\partial v} \rangle = 0 \quad (19)$$

On admet, proposition qui sera vérifiée ultérieurement, qu'il existe deux échelles de variations des paramètres. L'une, lente, correspond à l'évolution des grandeurs moyennes et l'autre, plus rapide, correspond aux grandeurs perturbées. Dans ces conditions on peut négliger les termes non linéaires dans (19) alors qu'on les conserve dans (18).

En variable de Fourier définie par :

$$A^1(t) = \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} A_{\omega}^1 \exp i\omega t$$

et compte tenu de la relation :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sum_{\omega} \sum_{\omega'} \mathcal{E}_{\omega}^1 \frac{\partial}{\partial v} F_{-\omega'}^1 \exp i(\omega - \omega')t dt = 0$$

(18) et (19) s'écrivent : si $\omega \neq \omega'$

$$\left\{ \begin{aligned} v \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial z} + \frac{q}{m} \bar{E}_0 \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v} + \frac{q}{m} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}_{\omega}^1 \cdot \frac{\partial \bar{F}_{-\omega}^1}{\partial v} &= 0 \\ i\omega F_{\omega}^1 + v \frac{\partial F_{\omega}^1}{\partial v} + \frac{q}{m} \bar{E}_0 \cdot \frac{\partial F_{\omega}^1}{\partial v} &= - \frac{q}{m} \mathcal{E}_{\omega}^1 \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

Les équations (20) et (21) sont les relations fondamentales de la théorie quasi-linéaire se rapportant aux ondes électrostatiques, dans l'approximation du champ magnétique infini.

En l'absence de champ électrique statique, le système se simplifie et conduit à

$$\left\{ \begin{array}{l} v \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial z} = - \frac{q}{m} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}_{-\omega}^1 \frac{\partial F_{\omega}^1}{\partial v} \end{array} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i\omega F_{\omega}^1 + v \frac{\partial F_{\omega}^1}{\partial z} = - \frac{q}{m} \mathcal{G}_{\omega}^1 \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v} \end{array} \right. \quad (23)$$

E. / DEFORMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION MOYENNE $\bar{F}_0$

1 - SOLUTION GÉNÉRALE

En annexe [III.1] on montre que la solution générale du système (22, 23) s'exprime sous une forme integro différentielle qui définit l'évolution de la fonction de distribution moyenne et qui est égale à :

$$\begin{aligned} v \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial z}(z, v) = & - \frac{q}{m} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{G}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial v} \left[F_{\omega}^1(z=0, v) \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v})z \right] \\ & + \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{G}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{v} \int_0^z \widehat{\mathcal{G}}_{-\omega}^1(z-X) \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z-X) \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v})X dx \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Pour obtenir ce résultat on admet que la solution réelle est voisine de la solution linéaire et qu'il existe deux échelles de variation spatiale des paramètres définis par :

$$\mathcal{G}_{\omega}^1(z') = \widehat{\mathcal{G}}_{\omega}^1(z') \exp -ik_{\omega}(z)z' \quad (25)$$

$\widehat{\mathcal{G}}_{\omega}^1(z')$ (2') représente une fonction lentement variable de l'espace et $\exp -ik_{\omega}(z)z'$ est une fonction oscillante rapide dans laquelle $k_{\omega}(z)$ est solution de la relation de dispersion linéaire à l'abscisse z .

Dans cette même annexe on calcule cette solution. On considère successivement les particules qui ont une vitesse de phase égale à l'une quelconque des vitesses de phase du paquet d'ondes considéré $v = \frac{\omega_j}{k_{Rj}}$ (particules résonnantes $\bar{F}_0^R$) puis on considère l'évolution du reste de la distribution (particules adiabatiques $\bar{F}_0^{ad}$).

2 - EQUATION DE DIFFUSION DES PARTICULES RESONNANTES

En annexe [III.1] il est montré que l'équation de diffusion des particules résonnantes s'écrit :

$$v \frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial z}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \pi |\widehat{\mathcal{G}}_{\omega}^1|^2 \delta(\omega - k_{\omega}v) \frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v}(z, v) \right\} \quad (26)$$

D'une manière classique on étudie quelques propriétés de cette équation. Après avoir multiplié les deux membres de (26) par $\bar{F}_0(z, v)$ une intégration par rapport aux vitesses conduit à :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial v} \int_{-\infty}^{+\infty} v \bar{F}_0^R{}^2(z, v) dv = - \frac{q^2}{2m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \pi |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z) \delta(\omega - k_{\omega} v) \left[\frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v}(z, v) \right]^2 dv$$

Les quantités $|\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2$, $\delta(\omega - k_{\omega} v)$, $\left[\frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v} \right]^2$ sont positives. Il

en résulte que :

$$\frac{\partial}{\partial v} \int_{-\infty}^{+\infty} v \bar{F}_0^R{}^2(z, v) dv \leq 0$$

C'est une fonction positive qui décroît suivant l'espace. Pour z tendant vers l'infini, sa dérivée est nulle. En conséquence le deuxième membre tend aussi vers zéro, ce qui conduit aux deux solutions asymptotiques possibles :

$$|\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|_{z \rightarrow \infty} = 0 \quad (\text{l'amplitude de l'onde s'annule})$$

$$\frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v}(z \rightarrow \infty, v) = 0 \quad (\text{il y a formation d'un "plateau" sur la fonction de distribution}).$$

Ainsi, suivant le problème envisagé, - excitation d'un spectre de bruit, instabilité faisceau-plasma, l'évolution du système conduira, après une longueur d'interaction grande, à une absorption totale de l'onde ou à une saturation de son amplitude et, simultanément, apparition d'un "plateau" sur la fonction de distribution au voisinage de la résonance.

3 - EQUATION DE DIFFUSION DES PARTICULES ADIABATIQUES

En annexe [III, 1] on calcule l'équation de diffusion des particules adiabatiques :

$$\begin{aligned} v \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial z}(z, v) = & \frac{1}{2} \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\partial}{\partial z} |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z)}{(\omega - k_{\omega} v)^2} \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial v}(z, v) \right. \\ & \left. - \frac{1}{4\pi n_0 m} \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{Di}^2 + \lambda_{De}^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial v} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

L'évolution de la fonction de distribution adiabatique apparaît sous la forme d'une "fausse" équation de diffusion. En effet $\bar{F}_0^{ad}$ évolue différemment selon que $|\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|$ croît ou décroît.

Une intégration suivant z permet d'obtenir la fonction de distribution en ce point

soit :

$$\begin{aligned} \bar{F}_0^{ad}(z, v) - \bar{F}_0^{ad}(z=0, v) \simeq & \frac{1}{2} \frac{q^2}{m^2} \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \int_0^z \frac{|\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z')}{(\omega - k_{\omega} v)^2} v \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial v}(z', v) dz' \\ & - \frac{1}{4\pi n_0 m} \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{Di}^2 + \lambda_{De}^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \int_0^z |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z') \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial v}(z', v) dz' \end{aligned} \quad (28)$$

Cependant, pour déterminer cette fonction il faut connaître la loi d'évolution du champ électrique.

F. / EQUATION D'EVOLUTION DU CHAMP ELECTRIQUE $\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1$

Dans une dernière partie de l'annexe [III.2] on établit l'équation d'évolution du champ électrique :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 = 2 \left[k_{\omega, I} - \frac{\partial}{\partial z} \text{Log} \left| \frac{\partial D^0(z)}{\partial k_{\omega, R}} \right| \right] \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \quad (29)$$

D^0 étant identique au premier terme du développement en série de Taylor de la relation de dispersion linéaire.

$$D(\omega, k_\omega) = D^0(\omega, k_{\omega, R}) + D^1(\omega, k_{\omega, R}) + \dots$$

Dans le cas des ondes "plasma électronique" le second terme est faible devant le premier ce qui permet de récrire cette expression sous une forme approchée :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \simeq \xi \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \left(\frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v} \right)_{v=\frac{\omega}{k_R}} \quad (30)$$

avec

$$\xi = -\pi \frac{\omega^3}{k^2} \frac{1}{\left(\frac{d\omega}{dk} \right)} \quad 37$$

G. / EQUATIONS RESULTANTES : CONCLUSION

On récrit le système complet des équations différentielles qui régissent la théorie quasi-linéaire. Pour la distribution résonnante on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} v \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial z}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \pi \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \delta(\omega - k_\omega v) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v}(z, v) \right\} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 = \xi \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \left(\frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v} \right)_{(z, v=\frac{\omega}{k_{\omega, R}})} \end{array} \right.$$

et pour la distribution adiabatique

$$\left\{ \begin{array}{l} v \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial z}(z, v) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2}{(\omega - k_\omega v)^2} v \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial v}(z, v) - \frac{1}{4\pi m n_0} \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{Di}^2 + \lambda_{De}^2} \cdot \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \cdot \frac{\partial \bar{F}_0^{ad}}{\partial v}(v, z) \right\} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 = \xi \left| \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1 \right|_{(z)}^2 \frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v}(z, v=\frac{\omega}{k_{\omega, R}}) \end{array} \right. \quad (31)$$

On note que le second système est couplé au précédent, l'évolution du champ électrique étant toujours définie par la fonction de distribution résonnante.

Ainsi, en choisissant des conditions initiales $(\bar{F}_0(z=0, v), \mathcal{E}_\omega^1(z=0))$ on peut étudier l'évolution spatiale de la fonction de distribution et du champ électrique en intégrant le système d'équations différentielles (31). Ce calcul ne peut être effectué que numériquement. Toutefois, étant donné le nombre élevé de paramètres qui interviennent $(\mathcal{E}_\omega^1(z=0), \bar{F}_0(z=0, v), \bar{\epsilon}, \frac{\omega}{k_{\omega, R}}, \frac{\lambda_{Di}}{\lambda_{De}}, \dots)$ l'intégration doit être limitée à l'étude de chaque cas particulier.

On rappelle cependant, la conclusion qui a été déduite de la solution analytique asymptotique ($Z \rightarrow \infty$): il apparaît sur la fonction de distribution, au voisinage de la résonance, un plateau dont la largeur est définie sensiblement par la distribution des vitesses de phase du paquet d'ondes considéré.

EQUATION D'EVOLUTION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION MOYENNE $\bar{F}_0$ ET DU CHAMP ELECTRIQUE $\mathcal{E}_\omega^1$

A. / EQUATION D'EVOLUTION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION MOYENNE $\bar{F}_0$

1- SOLUTION GENERALE

On résoud les systèmes des équations (22) et (23)

$$v \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial z} = - \frac{q}{m} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}_{-\omega}^1 \frac{\partial F_\omega^1}{\partial v} \quad (32)$$

$$i\omega F_\omega^1 + v \frac{\partial F_\omega^1}{\partial z} = - \frac{q}{m} \mathcal{E}_\omega^1 \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v} \quad (33)$$

(32) est une équation différentielle linéaire avec second membre dont la solution générale s'écrit :

$$F_\omega^1(z, v) = F_\omega^1(z=0, v) \exp -i \frac{\omega}{v} z - \frac{q}{m} \frac{1}{v} \int_0^z \mathcal{E}_\omega^1(z') \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z') \exp -i \frac{\omega}{v} (z-z') dz'$$

On admet que la solution réelle est voisine de la solution linéaire et qu'il existe deux échelles de variation spatiale des paramètres. Pour cela on pose :

$$\mathcal{E}_\omega^1(z') = \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z') \exp -ik_\omega(z) z' \quad (34)$$

dans laquelle $\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1$ représente une fonction lentement variable de l'espace et $\exp -ik_\omega(z) z'$ une solution oscillante rapide. $k_\omega(z)$ est solution de la relation de dispersion linéaire à l'abscisse z .

Toute solution réelle est de la forme :

$$A(z, t) = A_\omega \exp i(\omega t - k_\omega z) + A_\omega^* \exp -i(\omega t - k_{-\omega} z) - k_\omega z$$

or, chacune de ces deux solutions complexes doit être solution de la relation de dispersion linéaire. Il en résulte que changer ω en $-\omega$ entraîne le changement de $k_{-\omega}$ en $-k_\omega$. Compte tenu de cette remarque (34) s'écrit encore :

$$\mathcal{E}_{-\omega}^1(z') = \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z') \exp + ik_\omega(z) z'$$

ce qui conduit à :

$$F_\omega^1(z, v) = F_\omega^1(z=0, v) \exp -i \frac{\omega}{v} z - \frac{q}{m} \frac{1}{v} \int_0^z \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z') \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z') \exp -ik_\omega z' \exp i \frac{\omega}{v} (z-z') dz'$$

Portons cette valeur dans (22)

Après le changement de rotation : $z' = z - X$,

$$\begin{aligned} v \frac{\partial \bar{F}_0(z, v)}{\partial z} = & -\frac{q}{m} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial v} \left[F_{\omega}^1(z=0, v) \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v})z \right] \\ & + \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \int_0^z \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z-X) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0(z-X)}{\partial v} \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v})X dx \right] \end{aligned} \quad (35)$$

On obtient, sous une forme intégral-différentielle, l'équation générale de l'évolution de la fonction de distribution moyenne.

Pour calculer la solution on considère tout d'abord les particules qui ont une vitesse de phase voisine des vitesses de phase du paquet d'ondes considéré $v = \frac{\omega}{k_{R,j}} = (\text{particules résonnantes } \bar{F}_0^R)$. Puis on étudie l'évolution du reste de la distribution (particules adiabatiques $\bar{F}_0^{ad}$).

2 - EQUATION DE DIFFUSION DES PARTICULES RESONNANTES $\bar{F}_0^R$

L'expression (35) s'apparente à l'expression générale d'une transformée de Fourier.

$$A = \sum_{\omega} \sum_k A_{\omega, k}(z) \exp i \frac{\omega}{v} z \exp i k z$$

Si ω ou k peuvent prendre toutes valeurs, A tend vers 0 si z tend vers l'infini. Plus précisément, en choisissant par exemple pour ω et k une distribution du type gaussien, la transformée de Fourier décroît d'un facteur e sur une distance $z \simeq \frac{1}{\pi(\Delta k + \frac{\Delta \omega}{v})}$. Cette distance caractérise la longueur de cohérence du champ fluctuant.

$$L_{coh.} = \frac{1}{\pi(\Delta k + \frac{\Delta \omega}{v})}$$

Il lui correspond un temps de cohérence :

$$\tau_{coh.} = \frac{1}{\pi(v \Delta k + \Delta \omega)}$$

qui est égal au temps de transit d'une particule résonnante pour parcourir une longueur de cohérence.

En se plaçant à des distances $z > L_{coh.}$ les variables $\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z-X)$ et $\frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z-X)$, pondérées dans (25) par toutes les valeurs de k_{ω} , vont très rapidement tendre vers zéro et leur contribution à l'intégrale sera nulle. Il en résulte que l'on peut négliger X devant z dans $\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z-X) \simeq \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z)$ et dans $\frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z-X, v) \simeq \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v)$ et ces quantités peuvent sortir de l'intégrale.

Dans ces conditions après avoir négligé le terme de condition initiale, (35) s'écrit :

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^R}{\partial z}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{\partial \bar{F}_o^R}{\partial v}(z) \frac{1}{v} \int_0^z \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v}) X dx \right]$$

$$\text{or, } z \rightarrow \infty \quad \int_0^z \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v}) X dx = \frac{P.P.}{-i(\frac{\omega}{v} - k_{\omega})} + \pi \delta(\frac{\omega}{v} - k_{\omega})$$

Compte tenu de cette relation, - applicable pour $z \gg L_{coh}$ et de la parité du terme $\frac{P.P.}{i(\frac{\omega}{v} - k_{\omega})}$ qui disparaît lorsque l'on effectue la sommation suivant ω (car $k_{-\omega} = -k_{\omega}$) on obtient l'équation de diffusion des particules résonnantes:

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^R}{\partial z}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z) \pi \delta(\omega - k_{\omega} v) \frac{\partial \bar{F}_o^R}{\partial v}(z, v) \right\} \quad (36)$$

3 - EQUATION DE DIFFUSION DES PARTICULES ADIABATIQUES $\bar{F}_o^{ad}$

Pour étudier la déformation de la fonction de distribution résonnante on s'est limité à l'approximation d'ordre zéro en posant :

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z - X) &\simeq \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \\ \frac{\partial \bar{F}}{\partial v}(z - X) &\simeq \frac{\partial \bar{F}_o}{\partial v}(z) \end{aligned}$$

Pour mettre en évidence la déformation de la fonction de distribution adiabatique on développe à l'ordre suivant ces fonctions soit :

$$\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z - X) \cdot \frac{\partial \bar{F}}{\partial v}(z - X) \simeq \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}}{\partial v}(z) - X \frac{\partial}{\partial X} \left[\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_o}{\partial v}(z) \right] + \dots$$

On a calculé la contribution apportée par le premier terme. A l'ordre suivant on a :

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial v}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left(\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \frac{\partial \bar{F}_o}{\partial v}(z, v) \right) \int_0^z X \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v}) X dx \right]$$

ou encore :

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial z}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left(\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \frac{\partial \bar{F}_o}{\partial v}(z, v) \right) i \frac{\partial}{\partial k_{\omega}} \int_0^z \exp i(k_{\omega} - \frac{\omega}{v}) X dx \right]$$

L'intégration s'effectue en tenant compte de la partie des différents termes. Si l'on admet (proposition qui sera démontrée au paragraphe suivant) que :

$$\Im \left[\widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \right] \simeq 0$$

on obtient l'équation de diffusion des particules adiabatiques

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial z}(z, v) = \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial z} \left(\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial v}(z, v) \right) \frac{\partial}{\partial k_{\omega}} \frac{P.P.}{\left(\frac{\omega}{v} - k_{\omega} \right)} \right] \quad (37)$$

Une nouvelle hypothèse permet de simplifier quelque peu cette expression.

En considérant la fonction de distribution résonnante, on a admis que la longueur caractéristique d'évolution du champ électrique était du même ordre de grandeur que la longueur caractéristique d'évolution de la fonction de distribution, ces deux longueurs étant très supérieures à la longueur de cohérence, soit :

$$z_{\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1} \simeq z_{\bar{F}_o^{ad}} \gg \frac{1}{\Delta k + \frac{\Delta \omega}{v}}$$

Pour les particules non résonnantes on admet que :

$$z_{\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1} \ll z_{\bar{F}_o^{ad}}$$

Cette hypothèse se justifie par le fait que les ondes croissantes naissent à partir du bruit thermique et se développent dans un domaine restreint ; de même les ondes décroissantes disparaissent sur une distance relativement courte et ces modifications n'affectent alors, en première approximation, que la classe des particules résonnantes et leurs longueurs caractéristiques sont comparables. Par contre la modification de la fonction de distribution adiabatique est faible et lente, ce qui suppose une longueur caractéristique d'évolution plus grande. Dans ces conditions les variations de $\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial v}(z, v) \right]$ sont négligeables devant les variations de $\frac{\partial \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1}{\partial z}(z)$ ce qui conduit à :

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial z}(z, v) \simeq \frac{1}{2} \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\partial}{\partial z} |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z)}{(\omega + k_{\omega} v)^2} \cdot \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial v}(z, v) \right]$$

A cette première composante s'ajoute, dans le cas spatial, l'action d'un champ électrique statique qui agit comme une pression de radiation associée au gradient longitudinal de l'amplitude des ondes. Il existe en effet une pression de radiation différente pour les électrons et pour les ions qui tend à produire une séparation des charges électriques. Elle conduit à produire un champ électrique statique Drummond [31] a calculé ce champ qui est égal à :

$$\bar{E}_o(z) = \frac{1}{n_o q} \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{Di}^2 + \lambda_{De}^2} \frac{\partial}{\partial z} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z)}{4\pi} \right|^2$$

L'action de ce champ électrique sur les particules résonnantes a pu être régligée.

Pour les autres particules, par contre, il intervient et leur équation de diffusion s'écrit :

$$v \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial z}(z, v) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\partial}{\partial z} |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z)}{(\omega - k_{\omega} v)^2} \cdot \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial v}(z, v) \right] - \frac{1}{4\pi n_o m} \frac{\lambda_{Di}^2}{\lambda_{Di}^2 + \lambda_{De}^2} \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial}{\partial z} |\widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z) \right) \cdot \frac{\partial \bar{F}_o^{ad}}{\partial v}(z, v) \quad (38)$$

1 - EXPRESSION ANALYTIQUE EN NOTATION COMPLEXE

L'équation de Poisson en variable de Fourier, s'écrit :

$$-i k_\omega \mathcal{E}_\omega^1 = \frac{q}{\varepsilon_0} \int F_\omega^1(z, v) dv$$

On substitue dans cette expression la valeur de $F_\omega^1(z, v)$ tirée de (33) et, en négligeant le terme de condition initiale, on obtient :

$$i k_\omega \mathcal{E}_\omega^1 \simeq \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dv}{v} \int_0^z \mathcal{E}_\omega^1(z') \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z') \exp i \frac{\omega}{v} (z' - z) dz' \quad (39)$$

On effectue comme précédemment un changement de coordonnée.

$$z' = z - X$$

et on développe en série les variables d'espace

$$\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z - X) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z - X) \simeq \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) - X \frac{\partial}{\partial z} \left[\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \right] + \dots$$

et (39) conduit à :

$$i k_\omega \mathcal{E}_\omega^1(z) = \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{1}{v} \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \left[\frac{P.P.}{-i(\frac{\omega}{v} - k_\omega)} + \pi \delta\left(\frac{\omega}{v} - k_\omega\right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial z} \left[\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \right] i \frac{\partial}{\partial k_\omega} \left[\frac{P.P.}{-i(\frac{\omega}{v} - k_\omega)} + \pi \delta\left(\frac{\omega}{v} - k_\omega\right) \right] \right\} dv \quad (40)$$

Les deux membres de (40) sont multipliés par $\widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z)$ et les parties purement réelles et purement imaginaires sont isolées ;

$$k_\omega \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^{1,2}(z) \left[1 + \frac{q^2}{m^2} \frac{1}{k_\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P.P.}{\omega - k_\omega v} \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) dv \right] \right| = \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Réel} \left\{ \frac{1}{v} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial z} \left[\right. \right. \\ \left. \left. \left[\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \cdot \frac{\partial}{\partial k_\omega} \pi \delta\left(\frac{\omega}{v} - k_\omega\right) \right] dv \right\} + \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Im_m \left\{ \frac{1}{v} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \right] \cdot \frac{\partial}{\partial k_\omega} \frac{P.P.}{(\frac{\omega}{v} - k_\omega)} dv \right\} \right\} \quad (41)$$

et

$$\frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Im_m \left\{ \frac{1}{v} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \right] \cdot \frac{\partial}{\partial k_\omega} \pi \delta\left(\frac{\omega}{v} - k_\omega\right) dv \right\} \\ + \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Réel} \left\{ \frac{1}{v} \widehat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \frac{\partial}{\partial z} \left[\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \right] \cdot \frac{\partial}{\partial k_\omega} \frac{P.P.}{(\frac{\omega}{v} - k_\omega)} dv \right\} = 0 \quad (42)$$

2- DISCUSSION DE LA PARTIE IMAGINAIRE

On considère l'expression (41). Le premier membre ou apparaît en facteur la relation de dispersion linéaire, est identiquement nul. Le premier terme du second membre est toujours petit ($z \hat{\mathcal{E}}_{\omega} \ll z \bar{F}_0^{\text{ad}}$). Il en résulte que pour $z > z \hat{\mathcal{E}}_{\omega}, \hat{\mathcal{E}}_{\omega}(z)$ peut sortir de l'opérateur $\frac{\partial}{\partial z}$ et ce terme varie comme $\frac{|\hat{\mathcal{E}}_{\omega}|}{z \bar{F}_0^{\text{ad}}}$ qui est faible. Multiplié par $\frac{\partial}{\partial k_{\omega}} \delta(\omega - k_{\omega} v)$ le terme résultant est d'un ordre de grandeur plus petit encore ce qui le rend négligeable.

En conséquence le deuxième terme du second membre est sensiblement nul.

Puisque $\frac{\partial}{\partial k_{\omega}} \frac{\text{P.P.}}{(\frac{\omega}{v} - k_{\omega})}$ est réel on en déduit :

$$\Im \left\{ \hat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\hat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial F_0}{\partial v}(z, v) \right] \right\} \simeq 0 \quad (43)$$

C'est le résultat que l'on a admis sans démonstration au paragraphe IV.

3 - DISCUSSION DE LA PARTIE REELLE

Compte tenu de (43) la partie purement réelle se réduit à :

$$\begin{aligned} & \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ |\hat{\mathcal{E}}_{\omega}^1|^2(z) \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v}(z, v) \cdot \pi \delta\left(\frac{\omega}{v} - k_{\omega}\right) \right\} dv + \\ & + \frac{q^2}{m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \hat{\mathcal{E}}_{-\omega}^1(z) \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\hat{\mathcal{E}}_{\omega}^1(z) \cdot \frac{\partial F_0}{\partial v}(z, v) \right] \cdot \frac{\partial}{\partial k_{\omega}} \frac{\text{P.P.}}{(\frac{\omega}{v} - k_{\omega})} \right\} dv \simeq 0 \end{aligned} \quad (44)$$

dont on peut déduire l'équation d'évolution du champ électrique.

On doit rappeler au préalable l'expression du taux de croissance déduit de la relation de dispersion linéaire. A l'ordre le plus bas $k_{\omega, I} \ll k_{\omega, R}, k_{\omega, R}$ est solution de la relation de dispersion linéaire.

$$D(\omega, k_{\omega, R}) \equiv 1 + \frac{q^2}{m k_{\omega, R}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{P.P.} \frac{dF}{dv}}{\omega - k_{\omega} v} dv$$

si :

$$k_{\omega} = k_{\omega, R} - i k_{\omega, I}$$

on pose :

$$D(\omega, k_{\omega}) = D^0(\omega, k_{\omega, R}) + D^1(\omega, k_{\omega, R})$$

après identification on obtient :

$$k_{\omega, I} = \frac{\Im[D^1(\omega, k_{\omega, R})]}{\frac{\partial D^0(\omega, k_{\omega, R})}{\partial k_{\omega, R}}}$$

compte tenu de la relation :

$$\frac{1}{\omega - k_{\omega, R} v + i k_{\omega, I} v} = \frac{\text{P.P.}}{\omega - k_{\omega, R} v} + i \pi \delta(\omega - k_{\omega, R} v) \quad (k_{\omega, I} \ll k_{\omega, R})$$

$k_{\omega, I}$ s'écrit :

$$k_{\omega, I}(z) = \frac{1}{\frac{\partial D^0}{\partial k_{\omega, R}}(\omega, k_{\omega, R})} \frac{q^2}{m k_{\omega, R}} \int_{-\infty}^{+\infty} \pi \delta(\omega - k_{\omega, R} v) \cdot \frac{\partial F_0}{\partial v}(z, v) dv$$

En portant ce résultat dans (44) et après quelques transformations, on obtient :

$$k_{\omega, I} \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2 \cdot \frac{\partial D^0}{\partial k_{\omega, R}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2}{\partial z} \frac{\partial D^0}{\partial k_{\omega, R}} + \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right| \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial D^0}{\partial k_{\omega, R}} \right) = 0$$

qui peut s'écrire :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2(z) = 2 \left[k_{\omega, I} - \frac{\partial}{\partial z} \text{Log} \left| \frac{\partial D^0}{\partial k_{\omega, R}}(z) \right| \right] \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2(z)} \quad (45)$$

Pour les ondes "plasma électronique" le second terme est généralement faible devant le premier et on le néglige, soit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2(z) \simeq 2 k_{\omega, I} \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2(z)$$

Si l'on explicite $k_{\omega, I}$ en fonction de la fonction de distribution résonnante on peut écrire l'équation d'évolution du champ électrique sous la forme [37] :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial z} \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|^2(z) = \mathfrak{E} \left| \widehat{\mathcal{E}}_{\omega}^1 \right|(z) \frac{\partial \bar{F}_0^R}{\partial v}(z, v = \frac{\omega}{k_R})} \quad (46)$$

avec

$$\mathfrak{E} = -\pi \frac{\omega^3}{k^2} \frac{1}{\left(\frac{d\omega}{dk} \right)}$$

III.5 BIBLIOGRAPHIE

=====

- [1] T.M. O'NEIL
 Phys. Fluids, 8, 12, 2255 (1965)

- [2] L.M. ALT'SHUL and V.I. KARPMAN
 Sov. Phys. J.E.T.P., 22, 2 (1966)

- [3] J.M. DAWSON and R. SHANNY
 Phys. Fluids, 11, 7, 1506 (1968)

- [4] G. LAVAL, R. PELLAT et A. ROUX
 Phys. Let., 29 A, 3, (1969)

- [5] C. JABLON
 Rapport EUR-CEA-FC 509 (1969)

- [6] W.L. KRUEER, J.M. DAWSON and R.N. SUDAN
 Phys. Rev. Letters, 23, 15, 838 (1969)

- [7] O. ELDRIDGE
 Phys. Fluids, 13, 3, 738 (1970)

- [8] M.V. GOLDMAN
 Phys. Fluids, 13, 5, 1281 (1970)

- [9] A. LEE and G. SCHMIDT
 Phys. Fluids, 13, 10, 2546 (1970)

- [10] N. BLOEMBERGEN
 Non linear optics - W.A. Benjamin Inc. - New York (1965)

- [11] R.Z. SAGDEEV and A.A. GALEEV
 Lectures on the non linear theory of plasma
 Rapport JC/66/44 - Trieste (1966)

- [12] L.M. ALTSUL and L. M. KARPMAN
Theory of non linear waves in collisionless plasmas
Sov. Phys. J.E.T.P., 22, 2, 361 (1966)

- [13] V.N. TSYTOVITCH
Non linear effects in plasma - Moscou (1967)

- [14] B.B. KADOMTSEV
Plasma turbulence
Académie Press London - New York

- [15] C. ETIEVANT, J. OLIVAIN et M. PERULLI
C.R. Acad. Sc. Paris, t 262, 1425 (1966)

- [16] R.A. STERN and N. TZOAR
Phys. Rev. Letters, 17, 17 (1966)

- [17] C. ETIEVANT, I. FIDONE, G. LAVAL, J. OLIVAIN, R. PELLAT et M. PERULLI
C.R. Acad. Sc. Paris, t 263, 19 (1966)

- [18] R. CANO, C. ETIEVANT, I. FIDONE, M. MATTIOLI, J. OLIVAIN et M. PERULLI
C.R. Acad. sc . Paris, t 263, 439 (1966)

- [19] R. CANO, C. ETIEVANT, I. FIDONE, J. OLIVAIN, M. MATTIOLI and M. PERULLI
Phys. Fluids, 10, 2260 (1967)

- [20] J. TEICHMANN
IPPCZ - 92 - PRAGUE (1967)

- [21] C. ETIEVANT, S. OSSAKOV, E. OZIZMIR, C.H. SU and I. FIDONE
Phys. Fluids, 11, 1778, (1968)

- [22] R. CANO, I. FIDONE, C. ETIEVANT, G. LAVAL, J. OLIVAIN, R. PELLAT,
M. PERULLI and B. ZANFAGNA
Novosibirsk Conference CN - 24/E - 9 (1968)

- [23] W. M. MANHEIMER and T. H. DUPREE
Phys. Fluids, 11, 12 (1968)

- [24] M. PERULLI
Rapport CEA - R - 3639 (1969)

- [25] C. N. FRANKLIN and P. J. BARRETT
Int. Conf. Phys. Quiescent Plasma, Paris, 133 (1969)

- [26] K. J. HARKER and F. W. CRAWFORD
SUIPR. Stanford - Report 264 (1969)

- [27] G. LAVAL, R. PELLAT and M. PERULLI
Jal Plasma Phys. 11, 579 (1969)

- [28] M. PORKOLAB and R. P. H. CHANG
Phys. Fluids, 12, 1697 (1969)

- [29] W. E. DRUMMOND and D. PINES
Nuclear Fusion - Supplement - Part 3 (1962)

- [30] A. A. VEDENOV, A. A. VELIKHOV and R. Z. SAGDEEV
Salzburg Conference - CN - 10/199

- [31] W. E. DRUMMOND
Phys. Fluids, 7, 6 (1964)

- [32] J. B. BERNSTEIN and F. ENGELMANN
Phys. Fluids, 9, 5 (1966)

- [33] J. H. MALMBERG, T. H. JENSEN and T. M. O'NEIL
Novosibirsk Conference, CN - 24/E8 (1968)

- [34] G. LAVAL et R. PELLAT
Conférences P M I - Faculté des Sciences d'Orsay (1969) (non publié)

- [35] M. GUILLEMOT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL, A. QUEMENEUR and J. SCHARER
Rome conference, 169 (1970)
- [36] M. GUILLEMOT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL, A. QUEMENEUR and J. SCHARER
Phys. Fluids (à paraître).
- [37] Equipe "E O S" et M. CAYREYRE
D P H-P F C / Note interne n° 1074 (1970)

ECHOS D'ONDES "PLASMA ELECTRONIQUE"

IV.1 : INTRODUCTION

L'existence d'une solution stationnaire décrivant la réponse d'un plasma à une excitation extérieure est demeurée très longtemps du domaine théorique. En effet, bien que la perturbation de la distribution des électrons $f_{\omega}^{(1)}(z, v, t)$, dans l'espace des phases, oscille indéfiniment, les grandeurs macroscopiques accessibles à l'expérience telles le champ électrique $E_{\omega}^{(1)}$, le potentiel $\Phi_{\omega}^{(1)}$ et la densité de charge $\rho_{\omega}^{(1)}$ sont amorties exponentiellement. Cet amortissement naît d'un mélange de phase comme il apparaît par exemple sur l'expression :

$$n_{\omega}^{(1)}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\omega}^{(1)}(v) \exp i(kvt - kz) dv$$

Cependant, si l'on émet une seconde impulsion de même nature, il se produit un phénomène d'interférence qui est susceptible de régénérer les grandeurs macroscopiques (phénomène d'écho [1 - 6]).

Par exemple, en appliquant après un temps τ une seconde impulsion $f_{\omega_2}^{(1)}$, la densité perturbée définie au second ordre, est de la forme :

$$\rho_{\omega_1\omega_2}^{(2)}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\omega_1}^{(1)}(v) f_{\omega_2}^{(1)}(v) \exp i(k_2 - k_1)z + ik_2v\tau - i(k_2 - k_1)vtdv$$

Si l'on considère un instant t tel que :

$$t = t_3 \equiv \frac{k_2}{k_2 - k_1} \tau$$

le coefficient de v disparaît de l'exponentielle et le mélange de phase ne se produit plus. Il en résulte, qu'en

$t = t_3$ il apparaît une oscillation macroscopique (écho).

L'étude théorique du phénomène d'écho d'ondes "plasma électronique" a été effectuée initialement par Gould et O'Neil [7 - 8 - 9] et poursuivie par plusieurs auteurs [10 - 16]. Récemment, Coste et Peyraud [17] ont complété cette étude en montrant notamment le rôle dissymétrique joué par les deux émetteurs. On leur doit d'avoir attiré notre attention sur ce phénomène, auquel ce travail est consacré.

Dans une première partie est présentée une étude théorique temporelle des échos d'ondes "plasma électronique". Puis on reprend une étude semblable pour les échos spatiaux. Dans les deux cas les électrons sont supposés être des particules libres qui n'interagissent pas entre elles (modèle sans champ self consistant, et absence de collisions).

A. / INTRODUCTION

Cette première partie se rapporte au mécanisme d'écho dans le cas temporel. Le formalisme retenu est celui développé par Coste et Peyraud [17] .

B. / EQUATIONS DU PROBLEME

On admet qu'il existe un plasma unidimensionnel qui, en l'absence de perturbation, est homogène et stationnaire. Il peut être alors décrit par une distribution de la forme :

$$f(z, v, t) \equiv F_0(v)$$

On applique, à l'instant $t = 0$, dans tout l'espace, une impulsion de champ électrique de la forme :

$$E_{k_1, \text{ext}}(z, t) = E_{k_1} \delta[\omega_p t] \cos k_1 z \quad (1)$$

A un nouvel instant $t = \tau > 0$, on émet une deuxième impulsion de champ électrique :

$$E_{k_2, \text{ext}}(z, t) = E_{k_2} \delta[\omega_p(t - \tau)] \cos(k_2 z + \theta) \quad (2)$$

On calcule la nouvelle fonction de distribution $f(z, v, t)$, qui apparaît après cette double excitation. Pour obtenir cette réponse il faut déterminer la position $z(z_0, v_0, t)$ d'une particule à un instant $t > \tau$ en fonction de sa vitesse v_0 et de sa position z_0 à l'instant initiale $t = 0$.

C. / PERTURBATIONS DE VITESSE ET DE POSITION D'UNE PARTICULE

On détermine la perturbation de vitesse à l'aide de l'équation du mouvement.

$$1 - \underline{0 < t \equiv t' \leq \tau}$$

L'impulsion subie par la particule s'écrit :

$$\frac{dv'}{dt'}(z_0, v_0, t') = \frac{q}{m} E_{k_1} \delta[\omega_p t'] \cos k_1 z' \quad (3)$$

après une première intégration on obtient :

$$v'(z_0, v_0, t') = v_0 + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \cos k_1 z_0 \quad (4)$$

Il en résulte, qu'à l'instant t' , la particule occupe la position

$$z'(z_0, v_0, t') = z_0 + v_0 t' + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} t' \cos k_1 z_0$$

et en particulier pour $t' = \tau$, elle est située en :

$$z'(z_0, v_0, \tau) = z_0 + v_0 \tau + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \tau \cos k_1 z_0 \quad (5)$$

$$2 - \underline{t > \tau}$$

Compte tenu des nouvelles conditions initiales (5) et de la deuxième impulsion

subie par la particule on a :

$$\frac{dv}{dt}(z_0, v_0, t) = \frac{q}{m} E_{k_2} \delta[\omega_p(t - \tau)] \cos(k_2 z + \theta)$$

et la vitesse de la particule est égale à :

$$v(z_0, v_0, t) = v_0 + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \cos k_1 z_0 + \frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} \cos \left\{ k_2 \left[z_0 + v_0 \tau + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \tau \cos k_1 z_0 \right] + \theta \right\} \quad (6)$$

Il en résulte que la particule occupe la nouvelle position.

$$z(z_0, v_0, t) = z_0 + v_0 t + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} t \cos k_1 z_0 + \frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} (t - \tau) \cos \left\{ k_2 \left[z_0 + v_0 \tau + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \tau \cos k_1 z_0 \right] + \theta \right\} \quad (7)$$

D. / DENSITE DE CHARGE

On a considéré la perturbation communiquée à une particule par les deux impulsions de champ électrique. On évalue maintenant la densité de charge associée aux perturbations subie par l'ensemble des particules.

En variable de Fourier (transformation spatiale) la densité de charge est définie par :

$$\rho_k(z, t) = q \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(z, v, t) \exp - ikz(z_0, v_0, t) dz dv \quad (8)$$

En l'absence d'interaction le théorème de Liouville est vérifié. Il y a conservation de la probabilité dans l'espace des phases ce qui s'écrit :

$$f(z, v, t) dz dv = F_0(v=v_0) dz_0 dv_0$$

$dz_0 dv_0$ désignant l'élément de volume dans l'espace des phases à un instant $t < 0$.

Dans ces conditions (8) devient :

$$\rho_k(t) = q \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(v_0) \exp -ikz(z_0, v_0, t) dz_0 dv_0$$

ou encore, en tenant compte de (7)

$$\begin{aligned} \rho_k(t) = q \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(v_0) \exp -ik \left\{ z_0 + v_0 t + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \cos k_1 z_0 \right. \\ \left. + \frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} (t-\tau) \cos \left[k_2 (z_0 + v_0 \tau + \frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \cos k_1 z_0) + \theta \right] \right\} dz_0 dv_0 \end{aligned}$$

Utilisant deux fois la relation :

$$\exp -i \Lambda \cos \varphi = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(\Lambda) \exp in\varphi$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_k(t) = q \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(v_0) \left\{ \exp -i \left[(m+n) \frac{\pi}{2} - n\theta \right] J_m \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (kt - n k_2 \tau) \right] \right. \\ \left. \cdot J_n \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} k(t-\tau) \right] \exp i \left[m k_1 z_0 + n k_2 (z_0 + v_0 \tau) - k(z_0 + v_0 t) \right] \right\} dz_0 dv_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Pour une fonction de distribution maxwellienne :

$$F_0(v_0) = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi} \alpha} \exp -\frac{v_0^2}{\alpha^2}$$

Le résultat s'écrit :

$$\begin{aligned} \rho_k(t) = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi} \alpha} q \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \exp -\frac{v_0^2}{\alpha^2} \right\} \left\{ \exp -i \left[(m+n) \frac{\pi}{2} - n\theta \right] J_m \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (kt - n k_2 \tau) \right] \right. \\ \left. \cdot J_n \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} k(t-\tau) \right] \exp i \left[(m k_1 + n k_2) z_0 - k z_0 \right] \exp i \left[n k_2 \tau - kt \right] v_0 \right\} dz_0 dv_0 \end{aligned} \quad (10)$$

Si l'on effectue l'intégration suivant z_0 , $\rho_k(z, t)$ est nulle par mélange de phase pour toutes valeurs de k autre que :

$$\boxed{k_{m,n} \equiv k_3 = m k_1 + n k_2} \quad (11)$$

Après avoir normalisé la valeur $\rho_k(z, t)$ on a :

$$\begin{aligned} \rho_{k_3}(t) = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi} \alpha} q \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \exp -\frac{v_0^2}{\alpha^2} \right\} \left\{ \exp -i \left[(m+n) \frac{\pi}{2} - n\theta \right] J_m \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (k_3 t - n k_2 \tau) \right] \right. \\ \left. \cdot J_n \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} k_3 (t-\tau) \right] \exp i \left(n k_2 \tau - k_3 t \right) \right\} v_0 dv_0 \end{aligned} \quad (12)$$

L'intégration suivant V_0 donne de même une contribution nulle, par mélange de phase, pour toutes valeurs de t différentes de t_3 défini par :

$$t_{m,n} \equiv t_3 = \frac{\pi k_2}{m k_1 + n k_2} \tau \quad (13)$$

Ces instants caractérisent les moment d'apparition des échos. A tout indice m et n , avec la restriction $t_3 > \tau$ il apparait un écho. Il en résulte qu'il existe une double infinité d'échos.

Compte tenu de la parité de l'intégrant, l'intégration de (12) conduit à :

$$\rho_{k_3}(t) = \frac{4n_0}{\sqrt{\pi}\alpha} q \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp -i \left[(m+n) \frac{\pi}{2} - n\theta \right] J_m \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (k_3 t - n k_2 \tau) \right] \cdot J_n \left[\frac{q}{n} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} k_3 (t - \tau) \right] \int_0^\infty \exp -\frac{V_0^2}{\alpha^2} \cos [(n k_2 \tau - k_3 t) V_0] dV_0$$

et, tout calcul effectué on obtient :

$$\rho_{k_3}(t) = q n_0 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_m \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (m k_1 + n k_2) t - n k_2 \tau \right] J_n \left[\frac{q}{n} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} (m k_1 + n k_2) (t - \tau) \right] \exp -i \left[(m+n) \frac{\pi}{2} - n\theta \right] \exp -\frac{[n k_2 \tau - k_3 t]^2}{4} \alpha^2 \quad (14)$$

La fonction de Gauss qui intervient dans cette expression ne prend des valeurs notables que durant un temps $\Delta t \approx \frac{1}{k_3 \alpha}$ centré autour de t_3 . Aussi, pour étudier la variation d'amplitude de l'écho, on développe $\rho_{k_3}(t)$ au voisinage de $t = t_3$. Après avoir posé :

$$t = t_3 + \varepsilon \quad \text{avec} \quad \varepsilon \geq 0$$

on trouve :

$$\rho_{k_3}(\varepsilon) = q n_0 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_m \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (m k_1 + n k_2) \varepsilon \right] J_n \left[\frac{q}{n} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} (-m k_1 \tau + (m k_1 + n k_2) \varepsilon) \right] \exp -i \left[(m+n) \frac{\pi}{2} - n\theta \right] \exp -\frac{[(m k_1 + n k_2)^2 \varepsilon^2 \alpha^2]}{4} \quad (15)$$

E. / DISCUSSION :

1 - HYPOTHESES

Pour discuter l'expression (15) on considère un écho particulier, caractérisé par les indices m_0, n_0 supposés positifs par exemple.

Pour les valeurs de ε faibles :

$$\varepsilon \ll \frac{m_0 \omega_p}{q E_{k_1} (m_0 k_1 + n_0 k_2)} \quad \text{lère condition} \quad (16)$$

un développement en série, limité au premier ordre, de la fonction de Bessel d'ordre m_o , conduit à :

$$J_{m_o > 0} \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} (m_o k_1 + n_o k_2) \varepsilon \right] \simeq \frac{1}{m_o!} \left(\frac{q}{m} \frac{E_{k_1}}{\omega_p} \right)^{m_o} \left(\frac{m_o k_1 + n_o k_2}{2} \right)^{m_o} \varepsilon^{m_o}$$

Si ε vérifie également la seconde condition :

$$\varepsilon \ll \frac{m_o k_1 \tau}{m_o k_1 + n_o k_2} \quad \text{2ème condition} \quad (17)$$

la dépendance de J_{n_o} avec ε peut être négligée, ce qui permet d'écrire :

$$J_{n_o} \left[\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} (-m_o k_1 \tau + (m_o k_1 + n_o k_2) \varepsilon) \right] \simeq J_{n_o} \left[-\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} m_o k_1 \tau \right]$$

Si les conditions (16) et (17) sont vérifiées simultanément, on a :

$$\boxed{P_{k_3}^{m_o, n_o} \simeq \frac{q}{n_o} \frac{1}{(m_o!)^2} \left[\frac{q(m_o k_1 + n_o k_2)}{m \omega_p} \right]^{m_o} E_{k_1}^{m_o} \varepsilon^{m_o} J_{n_o} \left[-\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} m_o k_1 \tau \right] \exp - i \left[(m_o + n_o) \frac{\pi}{2} - n_o \theta \right] \exp - \frac{[(m_o k_1 + n_o k_2)^2 \varepsilon^2 \alpha^2]}{4}} \quad (18)$$

L'expression (18) permet de discuter de l'influence des principaux paramètres sur l'amplitude de l'écho.

2 - INFLUENCE DE L'AMPLITUDE DES IMPULSIONS

L'amplitude maximale de l'écho ($\varepsilon = 0$) est proportionnelle, dans la limite des faibles excitations à :

$$\boxed{\mathcal{A}_{k_3}^{m_o, n_o} \propto E_{k_1}^{m_o} J_{n_o} \left[-\frac{q}{m} \frac{E_{k_2}}{\omega_p} m_o k_1 \tau \right]} \quad (19)$$

Exprimée en fonction des impulsions de vitesse $\bar{U}_j = \frac{q}{m} \frac{E_{k_j}}{\omega_p}$, cette expression peut encore s'écrire :

$$\boxed{\mathcal{A}_{k_3}^{m_o, n_o} \propto \left(\frac{\bar{U}}{v_{th}} \right)^{m_o} J_{n_o} [k_1 \bar{U}_2 \tau]} \quad (20)$$

L'amplitude de l'écho est une fonction non linéaire des impulsions $\bar{U}_1$ et $\bar{U}_2$ et elle montre une dissymétrie dans le rôle joué par les deux émetteurs. En effet, si l'amplitude de l'écho croît uniformément suivant une loi en $E_{k_1}^{m_o}$ en fonction de l'amplitude de la première impulsion, elle oscille en fonction de l'amplitude de la deuxième impulsion. Dans la limite où $E_{k_2} \rightarrow 0$ un développement en série de la fonction de Bessel J_{n_o} permet de retrouver les résultats donnés par Gould et O'Neil [7 - 8]. L'expression (18) apparaît comme une généralisation de leurs résultats. Cet effet de dissymétrie se rencontre d'ailleurs dans l'étude des tubes à modulation de phase, systèmes qui s'apparente au modèle décrit dans ce chapitre.

3 - PROFIL D'AMPLITUDE DE L'ECHO

Compte tenu de (18), la densité de charge varie avec le temps suivant la loi :

$$\rho_{k_3}^{m_o, n_o}(\varepsilon) \propto \varepsilon^{m_o} \exp - \left[(m_o k_1 + n_o k_2) \frac{\varepsilon \alpha}{2} \right]^2$$

C'est une fonction qui présente trois points singuliers.

$$\varepsilon_1 = 0$$

$$\varepsilon_{\pm} = \pm \frac{\sqrt{2 m_o}}{(m_o k_1 + n_o k_2) \alpha}$$

auxquels cc .espondent

$$\rho_{k_3}^{m_o, n_o}(0) = 0$$

et

$$\rho_{k_3}^{m_o, n_o}(\varepsilon_{\pm}) = \text{maximum}$$

En utilisant l'équation de Poisson, qui à $\rho = 0$, fait correspondre un extrémum du champ électrique, on déduit qu'à l'instant $\varepsilon = 0$ (c'est-à-dire $t_{m_o, n_o} \equiv t_3 = \frac{n_o k_2 \tau}{m_o k_1 + n_o k_2}$) il apparaît un maximum d'amplitude de champ électrique. Plus précisément, aussi longtemps que les conditions (16) et (17) demeurent vérifiées, l'amplitude de l'écho croît continuellement de $\varepsilon = \varepsilon_-$ jusqu'à $\varepsilon = 0$, puis décroît jusqu'à $\varepsilon = \varepsilon_+$. Le temps :

$$T_{\text{écho}} = \frac{2 \sqrt{2 m_o}}{(m_o k_1 + n_o k_2) \alpha} \quad (21)$$

caractérise la largeur de l'écho ; c'est une fonction décroissante de la température α , des nombres d'onde K_1 et K_2 et de l'ordre de n_o de l'écho.

F. / CONCLUSION

Cette étude préliminaire a permis d'établir l'existence d'une double infinité d'échos d'ondes "plasma électronique" consécutifs à l'excitation de deux impulsions de champ électrique. Ces échos sont caractérisés par les grandeurs.

$$k_{m_o, n_o} = m_o k_1 + n_o k_2$$

$$t_{m_o, n_o} = \frac{n_o k_2 \tau}{m_o k_1 + n_o k_2}$$

L'amplitude de l'écho est donnée par l'équation (15) qui pour des conditions particulières (16) (17) peut se ramener à la forme (18). Dans les deux cas l'amplitude de l'écho apparaît comme une fonction non linéaire des deux impulsions qui jouent un rôle dissymétrique. Cette dissymétrie se traduit notamment par un effet de saturation dès que l'amplitude du second émetteur est telle que $k_1 \bar{U}_2 \tau \simeq 1$.

A. / INTRODUCTION

En liaison avec l'expérience qui sera décrite dans un prochain chapitre on considère maintenant le mécanisme d'écho spatial. L'étude théorique, inspirée du travail de Coste et Peyraud [17] reprend les hypothèses précédemment admises. Elle conduit à la mise en évidence d'échos d'ordre (m , n).

Dans une colonne de plasma unidimensionnelle, à l'abscisse $z = 0$ on excite continuellement un champ électrique:

$$E_{\omega_1, \text{ext}}(z, t) = E_{\omega_1} \delta(k_1 z) \cos(\omega_1 t) \quad (22)$$

qui donne naissance à une onde "plasma électronique" très fortement amortie par effet Landau.

A l'abscisse $z = \ell$, telle que $\ell \gg \frac{1}{k_{I_1}}$ ($\frac{1}{k_I}$ désignant la longueur caractéristique d'amortissement de l'onde excitée) on excite une deuxième onde très amortie à la fréquence .

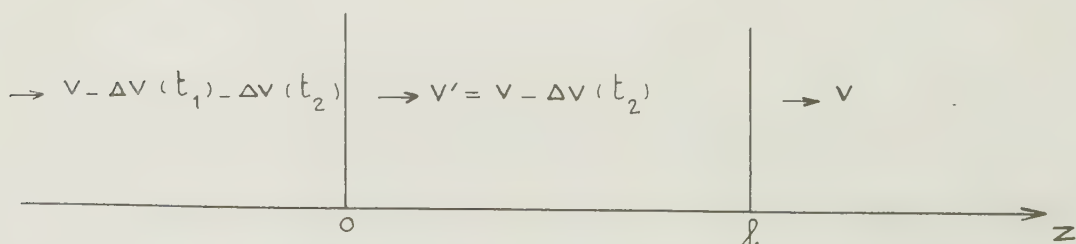
$$E_{\omega_2, \text{ext}}(z, t) = E_{\omega_2} \delta[k_2(z - \ell)] \cos \omega_2 t \quad (23)$$

et l'on étudie les échos qui peuvent apparaître à des distances $Z \gg \frac{1}{k_{I_{1,2}}}$.

B. / ECHOS D'ORDRE (1, n)

1 - PERTURBATION DE VITESSE :

L'équation du mouvement d'une particule est intégrée le long de sa trajectoire non perturbée. En remontant cette trajectoire à partir de la position z au temps t de la particule, on calcule sa vitesse et sa position à un instant qui précède les deux impulsions.



Soit une particule de vitesse initiale v' qui interagit, à l'instant t , avec un champ électrique de la forme :

$$E_{\omega}(z,t) = E_{\omega} \delta(kz) \cos \omega t$$

Elle acquiert une nouvelle vitesse v

$$v = v' \sqrt{1 + 2 \frac{q}{m} \frac{E_{\omega}}{k} \frac{1}{v^2} \cos \omega t} \quad (24)$$

On pose :

$$A = \frac{q}{m} \frac{E_{\omega}}{k} \frac{1}{v^2}$$

et on se limite au cas des faibles perturbations ($A \ll 1$).

Dans ces conditions on peut effectuer un développement limité de (24) qui conduit à :

$$\begin{aligned} v = v' \left\{ \left[1 - \frac{A^2}{4} \right] + \dots \right. \\ \left. + \left[A + \frac{3}{8} A^3 + \dots \right] \cos \omega t \right. \\ \left. - \left[\frac{A^2}{4} + \dots \right] \cos 2\omega t + \dots \right\} \end{aligned}$$

En ordonnant par rapport aux valeurs croissantes de A la perturbation de vitesse Δv correspondante s'écrit :

$$\Delta v = b^{(1)} + b^{(2)} + b^{(3)} + \dots \quad (25)$$

avec

$$\begin{aligned} b^{(1)} &= -A v \cos \omega t \\ b^{(2)} &= \frac{A^2 v}{4} [1 + \cos 2\omega t] \\ b^{(3)} &= -\frac{A^3 v}{2} \left[\frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t \right] \end{aligned} \quad (26)$$

Ces relations seront utilisées deux fois pour calculer les impulsions de vitesse communiquées aux particules par les deux excitations. On calcule également les instants de passage de la particule devant les émetteurs.

La particule qui parvient à la cote z , à l'instant t , avec la vitesse v , est passée devant la deuxième antenne à l'instant

$$t_2 = t - \frac{z-l}{v} \quad (27)$$

et devant la première antenne à l'instant :

$$t_1 = t - \frac{z-l}{v} - \frac{l}{v - \Delta v(t_2)} \quad (28)$$

En se limitant au cas des faibles impulsions un développement limité de (28)

conduit à :

$$t_1 \simeq t - \frac{z}{v} - \frac{l}{v^2} \Delta v(t_2) - \frac{l}{v^3} [\Delta v(t_2)]^2 + \dots \quad (29)$$

2 - PERTURBATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION

En suivant la trajectoire des différentes particules on peut écrire la fonction de distribution finale sous la forme :

$$f(z, v, t) = F_0(v - \Delta v(t_1) - \Delta v(t_2))$$

Un développement en série de Taylor de cette relation conduit à :

$$f(z, v, t) = F_0(v) + f^{(1)}(z, v, t) + f^{(2)}(z, v, t) + \dots \quad (30)$$

expression où l'on a posé :

$$f^{(1)}(z, v, t) = [b^{(1)}(t_1) + b^{(1)}(t_2)] \frac{dF_0}{dv} \quad (31)$$

$$f^{(2)}(z, v, t) = [b^{(2)}(t_1) + b^{(2)}(t_2)] \frac{dF_0}{dv} + \frac{1}{2} [b^{(1)}(t_1) + b^{(1)}(t_2)]^2 \frac{d^2 F_0}{dv^2} \quad (32)$$

3 - CALCUL AU PREMIER ORDRE :

On effectue le calcul en se limitant tout d'abord au premier ordre. Dans ces conditions on a :

$$f^{(1)}(z, v, t) = [b^{(1)}(t_1) + b^{(1)}(t_2)] \frac{dF_0}{dv}$$

avec

$$b^{(1)}(t_1) = A_1 v \cos \omega_1 t_1$$

$$b^{(1)}(t_2) = A_2 v \cos \omega_2 t_2$$

et

$$\begin{aligned} t_1 &= t - \frac{z}{v} - \frac{l}{v} b^{(1)}(t_1) \\ t_2 &= t - \frac{z-l}{v} \end{aligned}$$

Après avoir effectué une décomposition en série de Fourier :

$$f^{(1)}(z, v, t) = \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} f_{\omega}(z, v) \exp - i\omega t$$

la densité de charge associée s'écrit :

$$\rho(z) = q \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\omega}^{(1)}(z, v) \exp - i\omega t \, dv \, dt$$

Contrairement au cas des échos temporels où l'interaction s'effectuait entre $-\infty$ et $+\infty$, le domaine d'intégration est limité cette fois entre 0 et $+\infty$. En effet, dans une colonne de plasma de diffusion, en l'absence de réflexion, seules les particules qui ont une vitesse positive peuvent rencontrer, successivement, le premier puis le second émetteur.

En notations complexes on a :

$$\rho(z) = q \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dF_0}{dv} \left\{ \exp -i\omega t \right\} \left\{ A_1 v \exp i\omega_1 t_1 + A_2 v \exp i\omega_2 t_2 \right\} dv dt$$

Après avoir remplacé t_1 et t_2 par leur valeur écrite au premier ordre :

$$\rho(z) = q \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dF_0}{dv} \left\{ \exp -i\omega t \right\} \left\{ A_1 v \exp i\omega_1 \left[t - \frac{z}{v} - l \frac{A_2 \cos \omega_2 t_2}{v} \right] + A_2 \exp i\omega_2 \left[t - \frac{z}{v} - l \right] \right\} dv dt$$

Compte tenu de la relation :

$$\exp -i\Lambda \cos \theta = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(\Lambda) \exp in\theta$$

après quelques transformations on obtient :

$$\begin{aligned} \rho(z) = q \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (-i)^n \frac{dF_0}{dv} A_1 v J_n \left(\omega_1 l \frac{A_2}{v} \right) \exp i \left[-\omega + \omega_1 + n\omega_2 \right] t \cdot \\ \cdot \exp -i \left[\frac{\omega_1 z}{v} + n\omega_2 \left(\frac{z-l}{v} \right) \right] + A_2 v \exp i \left[(-\omega + \omega_2) t - \omega_2 \left(\frac{z-l}{v} \right) \right] dv dt \end{aligned} \quad (33)$$

L'intégration suivant le temps s'annule sauf si l'on considère les fréquences particulières :

$$\boxed{\omega_{1,n} \equiv \omega_3 = \omega_1 + n\omega_2} \quad (34)$$

et $\omega = -\omega_2$. Cette seconde solution n'intervient toutefois pas dans le phénomène d'écho et on n'en tient pas compte. Après normalisation (33) conduit à :

$$\rho_{\omega_3}(z) = q \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{dF_0}{dv} A_1 v J_n \left(\frac{\omega_1 l A_2}{v} \right) \exp -i \left[n \frac{\pi}{2} + \omega_3 \frac{z}{v} - n \frac{\omega_2 l}{v} \right] dv$$

L'intégration suivant la vitesse s'annule par mélange de phase, sauf au voisinage de z défini par :

$$\boxed{z_{1,n} \equiv z_3 = \frac{\pi \omega_2 l}{\omega_1 + n\omega_2}} \quad (35)$$

Cette distance caractérise la position d'apparition de l'écho. Le champ électrique qui lui est associé vaut :

$$E_{\omega_3}(z) = -q \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{dF_0}{dv} \frac{A_1 v^2}{i\omega_3} J_n \left(\omega_1 l \frac{A_2}{v} \right) \exp -i \left[n \frac{\pi}{2} + \frac{\omega_3 z - n\omega_2 l}{v} \right] dv$$

ou encore, après avoir remplacé A_1 et A_2 par leur valeur :

$$\boxed{E_{\omega_3}(z) = \frac{i q^2 E_{\omega_1}}{m k_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{dF_0}{dv} \frac{1}{\omega_3} J_n \left(\frac{\omega_1 l q E_{\omega_2}}{v^3 m k_2} \right) \exp -i \left[n \frac{\pi}{2} + \frac{\omega_3 z - n\omega_2 l}{v} \right] dv} \quad (36)$$

Pour une distribution maxwellienne $F_0 = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi}\alpha} \exp -\frac{v^2}{\alpha^2}$ (36)

s'écrit :

$$E_{\omega_3}(z) = -\frac{4in_0q^2}{\sqrt{\pi}\alpha^3m} \frac{E_{\omega_1}}{k_1} \sum_{\pi=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp -i\pi\frac{\pi}{2}}{\omega_3} \int_0^{\infty} \left\{ \exp -\frac{v^2}{\alpha^2} \right\} \left\{ v J_{\pi} \left(\frac{\omega_1 l q E_{\omega_2}}{v^3 m k_2} \right) \exp -i \left[\frac{\omega_3 z - \pi \omega_2 l}{v} \right] \right\} dv$$

En particulier, pour $z = z_3$, après avoir posé $U = \frac{v}{\alpha}$, on obtient :

$$E_{\omega_3}(z_3) = -\frac{4in_0q^2}{\sqrt{\pi}\alpha m} \frac{E_{\omega_1}}{k_1} \sum_{\pi=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp -i\pi\frac{\pi}{2}}{\omega_3} \int_0^{\infty} U \exp -U^2 J_{\pi} \left(\frac{\omega_1 l q E_{\omega_2}}{\alpha^3 U^3 m k_2} \right) dU \quad (37)$$

Pour étudier la dépendance spatiale $E_{\omega_3}(z)$ au voisinage du maximum de l'écho, on effectue un développement limité de (37) en posant :

$$z = z_3 + \tilde{\epsilon} \quad \text{avec} \quad \tilde{\epsilon} \ll z$$

Pour une distribution maxwellienne, le champ électrique de l'écho s'écrit alors :

$$E_{\omega_3}(\tilde{\epsilon}) = -\frac{4in_0q^2}{\sqrt{\pi}\alpha m} \frac{E_{\omega_1}}{k_1} \sum_{\pi=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp -i\pi\frac{\pi}{2}}{\omega_3} \int_0^{\infty} U \exp -i \frac{\omega_3 \tilde{\epsilon}}{\alpha U} \exp -U^2 J_{\pi} \left(\frac{\omega_1 l q E_{\omega_2}}{\alpha^3 U^3 m k_2} \right) dU \quad (38)$$

Si l'on définit les grandeurs :

$$G = \frac{\omega_1 l q E_{\omega_2}}{\alpha^3 m k_2}$$

$$H = \frac{\omega_3}{\alpha}$$

$$D_{\pi} = -\frac{4in_0q^2}{\sqrt{\pi}\alpha m} \frac{1}{k_1} \frac{1}{\omega_3} \exp -i\pi\frac{\pi}{2}$$

L'amplitude de l'écho au voisinage de son maximum est égal à :

$$E_{\omega_3, G, H}(\tilde{\epsilon}) = \sum_{\pi=-\infty}^{+\infty} D_{\pi} E_{\omega_1} \int_0^{\infty} U \exp -U^2 \cos \frac{H \tilde{\epsilon}}{U} J_{\pi} \left(\frac{G}{U^3} \right) dU \quad (39)$$

Sur les figures [IV.1- IV.2] on présente les résultats d'une étude numérique dans le cas où $\tilde{\epsilon} = 0$. Quand la puissance d'excitation du second émetteur croît continuellement, l'amplitude de l'écho passe par un maximum, puis décroît continuellement pour tendre vers zéro. On remarque que, dans le même temps, l'écho croît linéairement avec l'amplitude de la première onde E_{ω_1} ; il apparaît donc une dissymétrie semblable à celle remontrée dans l'étude des échos temporels. Toutefois, alors que l'effet de saturation s'observait directement sur l'expression analytique de l'écho temporel, la présence du facteur vitesse dans l'argument de la fonction de Bessel nécessite un calcul numérique dans le cas spatial pour observer cet effet.

AMPLITUDE THEORIQUE DE L'ECHO (1,1)
EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DE L'ONDE MERE F_2

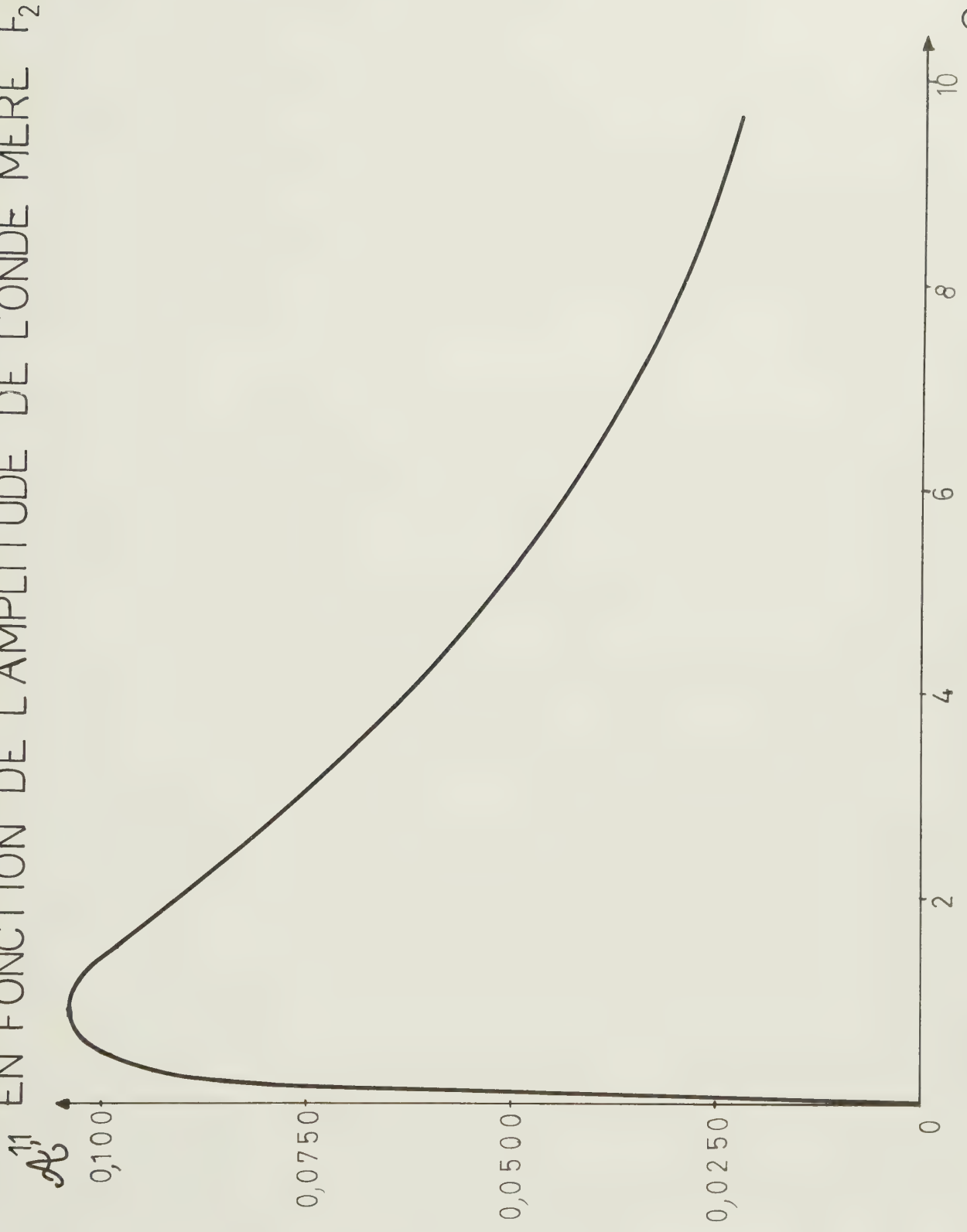


FIG IV.1

AMPLITUDE THEORIQUE DE L'ECHO (1,2)
EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DE L'ONDE MERE F_2

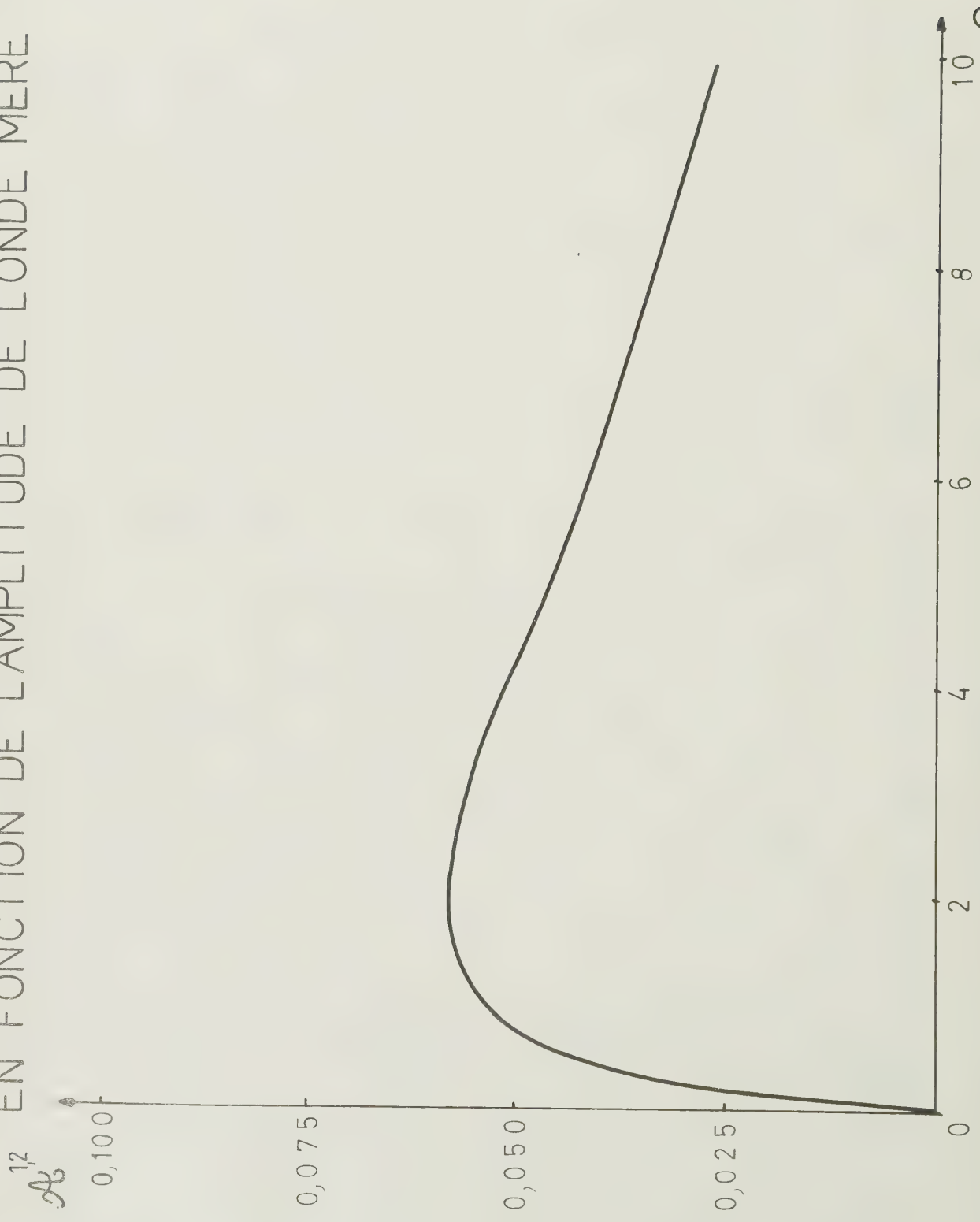


FIG. IV. 2

REMARQUE :

Dans le calcul précédent on a supposé qu'il n'existait aucun terme de phase θ entre les deux champs excitateurs. Si on tient compte de ce facteur (39) s'écrit :

$$E_{\omega_3, G, H}(\tilde{E}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n E_{\omega_1} \int_0^{\infty} U \exp - U^2 \cos \left(\frac{H\tilde{E}}{U} + \theta \right) J_n \left(\frac{G}{U^3} \right) dU \quad (40)$$

Il en résulte [fig. IV.3], pour chaque valeur de θ , une forme différente de l'écho au voisinage de la position théorique Z_3 . Toutefois, en se limitant à l'étude de l'amplitude de l'écho et en admettant qu'il existe une distribution de la phase liée au temps de cohérence fini des générateurs $\tau \simeq \frac{1}{\Delta\omega}$ ($\Delta\omega$ désignant la largeur spectrale délivrée par le générateur), on peut déduire la variation d'amplitude de l'écho en fonction de l'espace par l'enveloppe de ces courbes fig. [IV.3a].

4 - CALCUL AU DEUXIEME ORDRE

En relation avec les résultats expérimentaux qui seront rapportés plus loin, on a été conduit à rechercher une interprétation du déplacement spatial du maximum de l'écho avec la puissance du deuxième émetteur. Dans ce but, le calcul de l'écho ($1, \pi$) est poursuivi jusqu'au deuxième ordre. Tous calculs effectués on obtient :

$$t_1 = t - \frac{z}{v} + \frac{l A_2}{v} \omega_2 t_2 - \frac{3}{4} l \frac{A_2^2}{v} (1 + \dots)$$

$$\rho_{\omega_3}(z) = -\frac{q^2 E_{\omega_1}}{m k_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{v} \frac{dF}{dv} \exp - i \left[\frac{\omega_3 z - n \omega_2 l}{v} \right] \exp \frac{3}{4} \frac{i \omega_1 l q^2 E_{\omega_2}^2}{U^5 m^2 k_2^2} J_n \left(\frac{\omega_1 l q E_{\omega_2}}{v^3 m k_2} \right) dv$$

Pour une distribution maxwellienne, ceci conduit à :

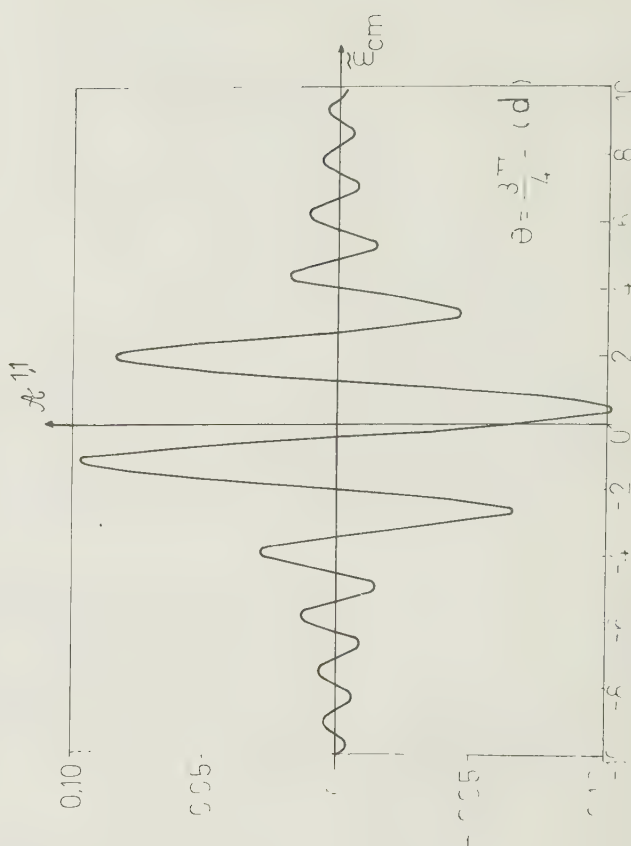
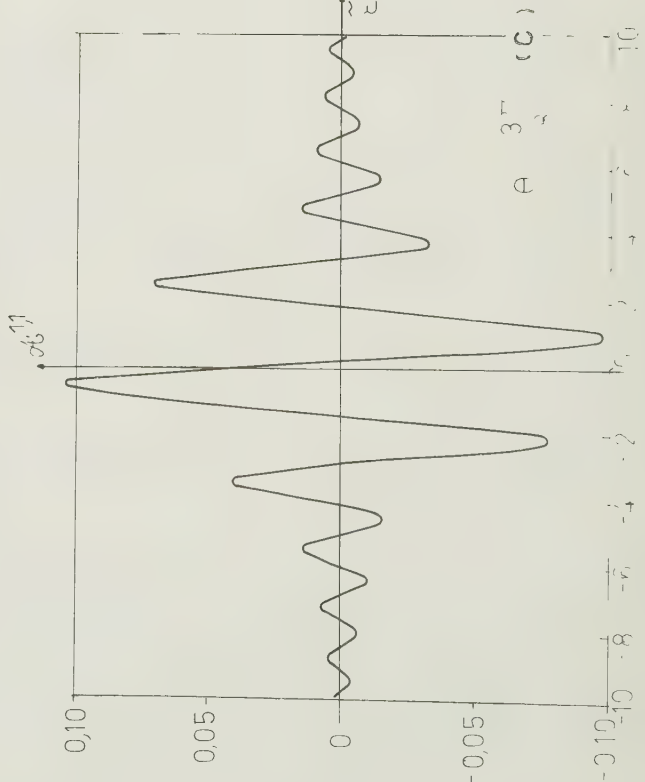
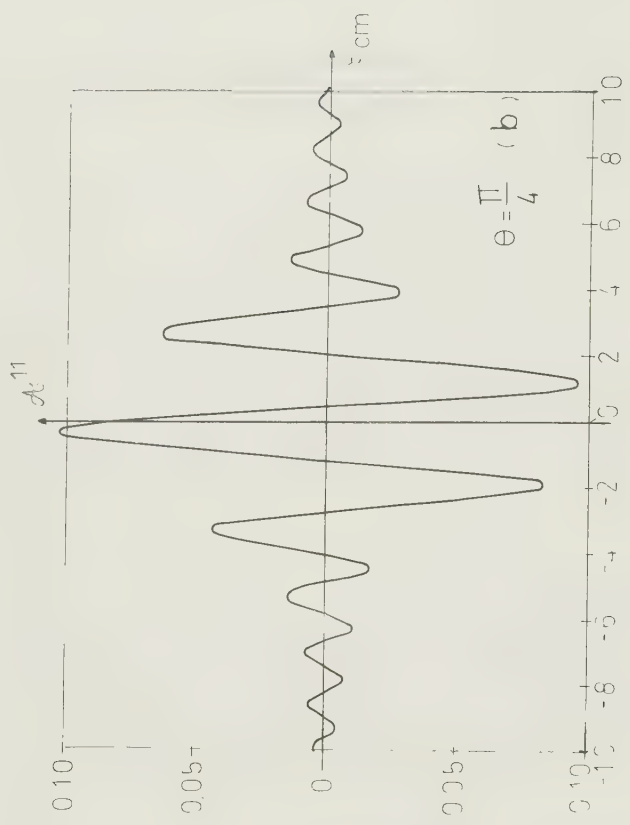
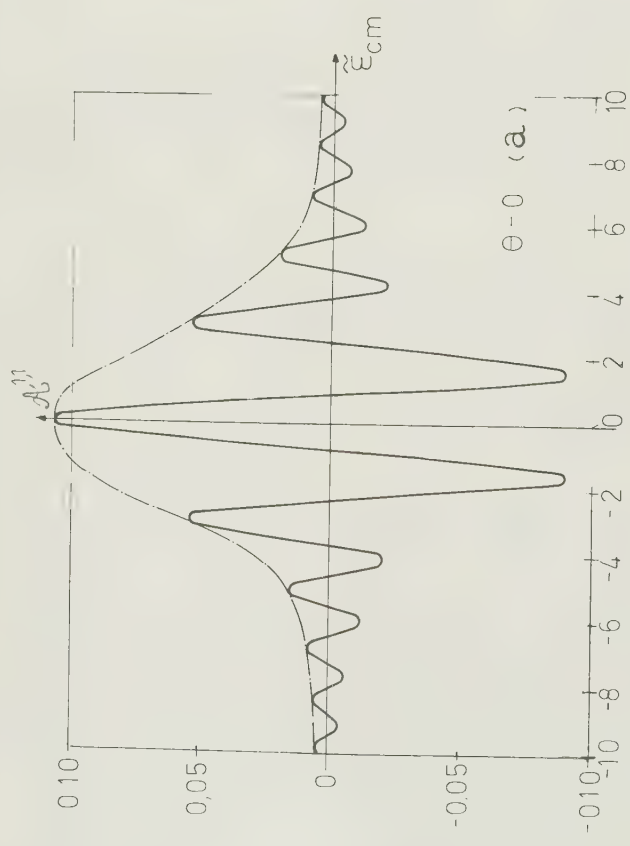
$$\rho_{\omega_3}(z) = \frac{4 n_0 q^2 E_{\omega_1}}{\sqrt{\pi} \alpha^2 m k_1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \left\{ \exp - U^2 \right\} \left\{ \exp - i \left[\frac{\omega_3 z - n \omega_2 l}{\alpha U} - \frac{3}{4} \frac{\alpha G^2}{U^5 \omega_1 l} \right] J_n \left(\frac{G}{U^3} \right) dU \right.$$

Le champ électrique associé vaut :

$$E_{\omega_3}(z) = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n E_{\omega_1} \int_0^{\infty} U \exp - U^2 \cos \frac{H}{U} \left[z - \frac{n \omega_2 l}{\omega_3} - \frac{3}{4} \frac{\alpha G^2}{U^4 \omega_1 l H} \right] J_n \left(\frac{G}{U^3} \right) dU \quad (41)$$

Dans la limite où $E_{\omega_2} \rightarrow 0$, on retrouve le précédent résultat. Mais, cette fois, il n'existe plus de position $z = Z_3$ pour laquelle l'exponentielle demeure stationnaire. Il en résulte une variation supplémentaire de l'amplitude de l'écho avec E_{ω_2} ainsi qu'un déplacement du maximum comme il apparaît sur les fig. [IV.4 - IV.5]. Le maximum de l'écho se situe à une distance plus courte que la longueur théorique Z_3 et cette distance décroît avec l'amplitude du champ E_{ω_2} . Si l'on retient de plus l'hypothèse des phases aléatoires, l'enveloppe de cette courbe fait apparaître une dissymétrie dans la distribution spatiale d'amplitude de l'écho. Ces différents résultats seront comparés à l'expérience dans un prochain chapitre.

INFLUENCE DE LA PHASE SUR L'ECHO (1,1)



DEPLACEMENT SPATIAL DU MAXIMUM DE L'ECHO



Fig IV.4
$$\tilde{Z}_{3\text{écho}} = \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} l + \tilde{\epsilon}$$

Parametres: $G = 1$ $H = 0,185$

DEPLACEMENT SPATIAL DU MAXIMUM DE L'ÉCHO

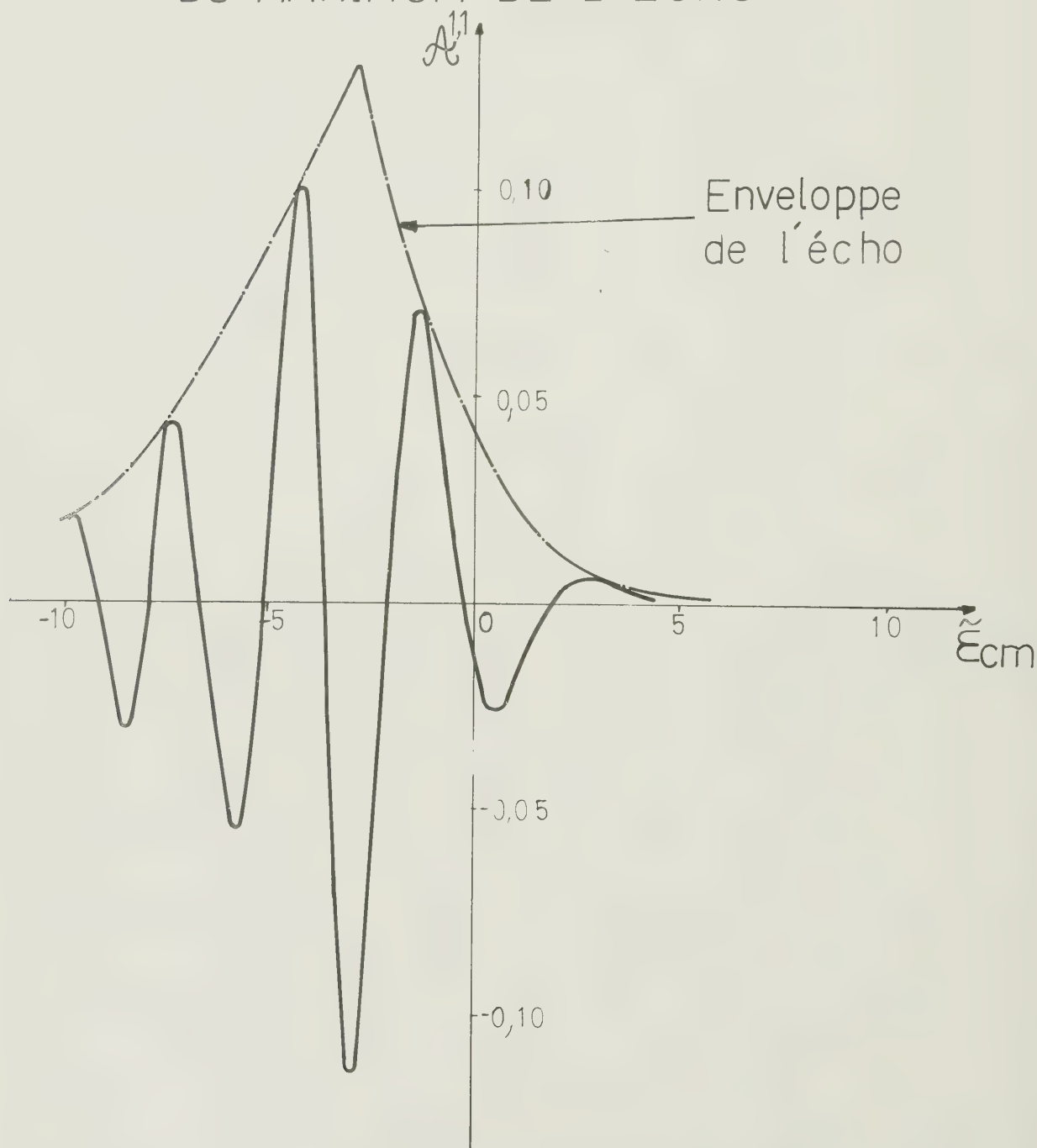


Fig IV.5 $\tilde{Z}_{3\text{écho}} = \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \ell + \tilde{\epsilon}$

Paramètres: $G=1$ $H=1,85$

5 - CONCLUSION

On peut comparer les conclusions des études temporelles et spatiales qui viennent d'être faites.

Le mécanisme physique est le même et les expressions analytiques correspondent sensiblement l'une à l'autre en remplaçant la quantité $\omega_1 \ell$ par $k_1 \zeta$. Les deux études ont conduit à mettre en évidence le rôle dissymétrique joué par les deux émetteurs.

On peut toutefois noter quelques points de divergence entre ces deux théories. Dans le processus physique tout d'abord, on a noté que la fonction de distribution complète intervient dans l'écho temporel alors que, seules les particules ayant une vitesse positive créent l'écho spatial. (si l'on faisait intervenir le champ self consistant la fonction de distribution complète interviendrait par l'intermédiaire de la relation de dispersion linéaire). Par ailleurs l'étude temporelle a montré l'existence d'une double infinité d'échos, d'indice (m, n) , alors que le calcul précédent n'a mis en évidence qu'une seule infinité d'échos, d'indice $(1, n)$. Il est toutefois possible, en poursuivant les calculs précédents à un ordre plus élevé, de montrer qu'il peut exister des échos d'indices (m, n) quelconques.

A titre d'exemple, on fait l'étude des échos d'ordre $(2, n)$, ce calcul est susceptible d'être généralisé aux ordres supérieurs.

C. / ECHOS D'ORDRE $(2, n)$

1 - SOLUTION GENERALE

En ne considérant que les termes du deuxième ordre on a :

$$f^{(2)}(z, v, t) = \left[b^{(2)}(t_1) + b^{(2)}(t_2) \right] \frac{dF}{dv} + \frac{1}{2} \left[b^{(1)}(t_1) + b^{(1)}(t_2) \right]^2 \frac{d^2 F_0}{dv^2}$$

Or, seuls les termes proportionnels à $\cos 2\omega_1 t_1$ contribuent à l'écho $(2, n)$. Dans ces conditions il suffit de ne retenir que :

$$f^{(2)}(z, v, t) = \frac{A_1^2 v}{4} (\cos 2\omega_1 t_1) \left[-\frac{dF_0}{dv} + v \frac{d^2 F_0}{dv^2} \right]$$

t_1 étant défini au second ordre :

$$t_1 = t - \frac{z}{v} - \ell \frac{A_2^2}{v} \cos \omega t - \frac{\ell A_2^2}{4v} (1 + \cos 2\omega_2 t_2)$$

La densité de charge correspondante vaut :

$$\rho_w(z) = q \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp -i\omega t] \left\{ \left[-\frac{A_1^2 v}{4} \exp 2i\omega_1 t_1 \right] \frac{dF_0}{dv} + \frac{1}{4} [A_1^2 v^2 \exp 2i\omega_1 t_1] \frac{d^2 F_0}{dv^2} \right\} dv dt$$

En remplaçant t_1 et t_2 par leur valeur et en utilisant la relation (17) on obtient :

$$\rho_w(z) = q \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ -\frac{A_1^2 v}{4} \frac{dF_0}{dv} + \frac{A_1^2 v^2}{4} \frac{d^2 F_0}{dv^2} \right\} \exp i \left[(-\omega + 2\omega_1) t - 2\omega_1 \left(\frac{z}{v} - \frac{\ell A_2^2}{4v} \right) \right] \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n \left[\frac{2\omega_1 \ell A_2^2}{v} \right] \exp i n \omega_2 t_2 \exp - \left[\frac{\ell A_2^2}{4v} \cos 2\omega_2 t_2 \right] dv dt$$

On choisit une fréquence ω telle que :

$$\omega_{2,\pi} \equiv \omega_3 = 2\omega_1 + \pi\omega_2 \tag{42}$$

pour laquelle l'intégration suivant le temps n'est pas nulle, soit :

$$\rho_{\omega_3}(z) = q \int_0^\infty (-i)^\pi \left\{ -\frac{A_1^2}{4} v \frac{dF_0}{dv} + \frac{A_1^2 v^2}{4} \frac{d^2 F_0}{dv^2} \right\} \exp -i(2\omega_1 + \pi\omega_2) \frac{z}{v} \cdot \\ \exp i \left[\pi\omega_2 \frac{l}{v} - \frac{\omega_1 l}{2v} \frac{A_2^2}{A_1^2} \right] J_1 \left(\frac{2\omega_1 l}{v} \frac{A_2}{A_1} \right) dv$$

2 - DISCUSSION

Il n'existe plus de positions particulières constantes qui annulent continuellement la dépendance de l'exponentielle avec la vitesse. Un pseudo-écho apparaît à une distance $\tilde{z}_3$:

$$\tilde{z}_3 = \frac{\left[\pi\omega_2 - \frac{\omega}{2} \frac{q^2 E_{\omega_2}^2}{v^4 m^2 k_2^2} \right] l}{2\omega_1 + \pi\omega_2}$$

(43)

qui varie avec l'amplitude de la deuxième onde. Le cas limite où E_{ω_2} tend vers zéro coïncide avec la position théorique z_3 de l'écho.

$$z_3 = \frac{\pi\omega_2 l}{2\omega_1 + \pi\omega_2}$$

(44)

Toutefois, pour les petites valeurs de E_{ω_2} , le second terme $\frac{\omega}{2} \frac{q^2 E_{\omega_2}^2}{v^4 m^2 k_2^2}$ est presque toujours négligeable devant le premier $\pi\omega_2$. Il en résulte que le mélange de phase est faible et qu'un écho peut apparaître au voisinage de cette position. Un développement limité défini par :

$$z = z_3 + \tilde{\epsilon}$$

conduit , dans le cas d'une distribution de Maxwell, à :

$$\rho_{\omega_3}(\tilde{\epsilon}) = \frac{(-i)^\pi q^3 E_{\omega_1}^2}{\sqrt{\pi} \alpha^4 m^2 k_1^2} \int_0^\infty \exp -U^2 \cos \left\{ \frac{H \tilde{\epsilon}}{U} - \frac{\omega_1 l}{2\alpha^5 U^5 m^2 k_2^2} \right\} J_\pi \left(\frac{2G}{U^3} \right) dU$$

Le champ électrique, associé à cette densité de charge vaut :

$$E_{\omega_3}(\tilde{\epsilon}) = \frac{1}{2} \frac{q D_\pi E_{\omega_1}^2}{m \alpha^2 k_1} \int_0^\infty U \exp -U^2 \cos \frac{H}{U} \left\{ \tilde{\epsilon} - \frac{G^2 \alpha}{2U^4 \omega_1 l H} \right\} J_\pi \left(\frac{2G}{U^3} \right) dU$$

(45)

Il en résulte qu'il existe une infinité d'échos, de fréquences $\omega_{2,\pi} \equiv \omega_3 = 2\omega_1 + \pi\omega_2$ situés au voisinage des positions $z_3 = \frac{\pi\omega_2}{2\omega_1 + \pi\omega_2}$. La position exacte du maximum de l'écho coïncide avec la valeur $z = z_3$ dans la limite où $E_{\omega_2} \rightarrow 0$ et cette position peut être déterminée numériquement, dans chaque cas d'expérience , à partir de l'équation (45)

3 - CONCLUSION

Les calculs précédents se généralisent et ils montrent qu'il existe une double infinité d'échos, d'ordre (m, n) , dont les fréquences sont définies par :

$$\omega_{m,n} = m\omega_1 + n\omega_2$$

et dont le maximum d'amplitude est situé au voisinage de

$$z_{m,n} \simeq \frac{n\omega_2}{m\omega_1 + n\omega_2} l$$

Ces résultats ont été obtenus en négligeant les effets collectifs. En annexe on montre que le calcul en tenant compte du champ self consistant, peut être déduit du précédent en remplaçant $E_{\omega, \text{ext}}^{(1)}$ par $\frac{E_{\omega, \text{ext}}^{(1)}}{\epsilon(\omega, \omega_{\omega})}$, $\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v})$ étant identique au premier membre de la relation de dispersion linéaire. Ainsi les résultats obtenus précédemment sont susceptibles d'application à ce cas. Toutefois les études numériques correspondantes sont alors plus longues et plus complexes et elles ne seront pas présentées dans ce mémoire.

IV.4 : CONCLUSION

Si l'expérience confirme ces conclusions, l'étude qui vient d'être présentée confirme l'existence d'une solution stationnaire aux équations de Vlasov. Cette solution, qui est masquée par le mélange de phase, dans les cas usuels, peut néanmoins réapparaître par interférence dans le mécanisme d'échos.

IV.5 : ANNEXE

A. / DETERMINATION DES DISTRIBUTIONS PERTURBÉES INITIALES $f^{(1)}(z, v, t=0^+)$ ET $f^{(1)}(z=0^+, v, t)$

Les calculs qui suivent sont tirés du travail de Einaudi et Sudan [18]. Ils consistent, dans leurs principes, à déterminer des fonctions de distribution initiales auxquelles correspondent des solutions complètes qui satisfont l'équation de Poisson.

Les équations de Vlasov et de Poisson linéarisées s'écrivent :

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t}(z, v, t) + v \frac{\partial f^{(1)}}{\partial z}(z, v, t) + \frac{q}{m} E^{(1)}(z, t) \frac{dF_0(v)}{dv} = 0 \quad (46)$$

$$\frac{\partial E^{(1)}}{\partial z}(z, t) = 4\pi q \int_{-\infty}^{+\infty} f^{(1)}(z, v, t) dv \quad (47)$$

On traite un problème temporel. Une onde de fréquence F_2 de la forme :

$$E^{(1)}(z, t) = E_k^{(1)} \exp -i(\omega t - kz) + c.c$$

est excitée à l'instant $t=0$. Dans cette expression ω est complexe et K est réel.

Sous l'action de ce champ d'excitation on calcule la distribution perturbée $f^{(1)}(z, v, t)$.
(46) est une équation différentielle linéaire du premier ordre avec second membre. Une solution particulière de même forme que le terme source s'écrit :

$$f^{(1)}(z, v, t) = f_k^{(1)}(v) \exp i(kz - \omega t) + \lambda_k(v) \exp ik(z - vt) \quad (48)$$

$$\text{avec} \quad f_k^{(1)}(v) = \frac{iq}{m} \frac{E_k^{(1)}}{k} \frac{1}{(v - \frac{\omega}{k})} \frac{dF_0}{dv} \quad (49)$$

Pour $t=0$ on en déduit :

$$f(z, v, t=0^+) = \rho_k(v) \exp ikz \quad (50)$$

Après avoir éliminé $\lambda_k(v)$ entre (48, 49, 50), soit :

$$[f_k^{(1)}(v) \exp i(kz - \omega t) + \lambda_k(v) \exp ik(z - vt)]_{t=0} = \rho_k(v) \exp ikz$$

qui conduit à :

$$\lambda_k(v) = \rho_k(v) - f_k^{(1)}(v)$$

et après avoir porté cette valeur dans (48)

$$f^{(1)}(z, v, t) = f_k^{(1)}(v) \exp i(kz - \omega t) - f_k^{(1)}(v) \exp ik(z - vt) + \rho_k(v) \exp ik(z - vt)$$

L'équation de Poisson conduit à :

$$\begin{aligned} E_k^{(1)} \left\{ k^2 - 4\pi \frac{q^2}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{dF_0}{dv}}{(v - \frac{\omega}{k})} [1 - \exp -i(kv - \omega)t] dv \right\} \\ = -4\pi iqk \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_k(v) \exp -i(kv - \omega)t dv \end{aligned} \quad (51)$$

Cette expression doit être toujours vérifiée, en particulier pour t tendant vers l'infini. Si l'on suppose que $\rho_k(v)$ est une fonction régulière dans le demi-plan $\mathcal{F}(v) \leq 0$, le théorème de Riemann Lebesgue s'applique, soit :

$$\text{limite} \quad t \rightarrow \infty \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_k(v) \exp -i(kv - \omega)t dv = 0 \quad (52)$$

et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} \exp - i(kv - \omega)t dv = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) > 0 \\ -2\pi i \left(\frac{dF}{dv}\right)_{v=\frac{\omega}{k}} & \text{si } \mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) < 0 \end{cases}$$

qui conduit à la relation de dispersion linéaire :

$$\begin{aligned} k^2 - 4\pi \frac{q^2}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{dF}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} dv &= 0 & \text{si } \mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) > 0 \\ k^2 - 4\pi \frac{q^2}{m} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{dF}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} + 2\pi i \left(\frac{dF}{dv}\right)_{v=\frac{\omega}{k}} \right] &= 0 & \text{si } \mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) < 0 \end{aligned} \quad (53)$$

Si t tend vers l'infini dans (51), compte tenu de (52) et (53) on retrouve l'équation de dispersion donnée à l'instant $t = 0$. On cherche une expression de $\rho_k^{(v)}$ qui demeure vérifiée pour $0 \leq t < +\infty$. Pour cela on substitue la relation de dispersion linéaire (53) dans (51) soit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\rho_k^{(v)} - i \frac{q}{m} \frac{E_k^{(1)}}{k} \frac{dF_0}{dv} \frac{1}{(v - \frac{\omega}{k})} \exp - i(kv - \omega)t \right] dv = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) < 0 \\ \frac{E_k^{(1)}}{2k} \left(\frac{dF_0}{dv}\right)_{v=\frac{\omega}{k}} & \text{si } \mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) < 0 \end{cases} \quad (54)$$

Une solution particulière de cette équation, valable dans tous les cas ($\mathcal{F}'\left(\frac{\omega}{k}\right) \geq 0$)

est :

$$\rho_k^{(v)} = + i \frac{q}{m} \frac{E_k^{(1)}}{k} P \frac{\frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} + \pi_k^{(v)}$$

où $\pi_k^{(v)}$ est une fonction arbitraire de v , sans pôle dans le demi-plan $\mathcal{F}'(v) \leq 0$ et qui tend vers zéro à l'infini. Elle conduit à la solution :

$$f(z, v, t = 0^+) = \left\{ i \frac{q}{m} \frac{E_k^{(1)}}{k} P \frac{\frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} - \pi_k^{(v)} \right\} \exp ikz \quad (55)$$

On remarque que, si $\pi_k^{(v)}$ est une fonction de Dirac, on retrouve la condition initiale de Van Kampen.

Un raisonnement analogue en théorie spatiale conduit au résultat :

$$f(z = 0^+, v, t) = \left\{ i \frac{q}{m} \frac{E_\omega^{(1)}}{k} P \frac{\frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} - \pi_\omega^{(v)} \right\} \exp i\omega t \quad (56)$$

B. / FONCTION DE DISTRIBUTION ET CHAMP ELECTRIQUE LIES A L'EXCITATION D'UNE
ONDE "PLASMA ELECTRONIQUE ":SOLUTION ASYMPTOTIQUE EN TENANT COMPTE DU
CHAMP SELF CONSISTANT

1 - EQUATIONS DU PROBLEME

Le problème est régi par les équations de Vlasov et de Poisson qui, avec les hypothèses du chapitre II s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t}(z, v, t) + v \frac{\partial f}{\partial z}(z, v, t) + \frac{q}{m} [E_T(z, t) \cdot \frac{\partial f}{\partial v}(z, v, t)] &= 0 \\ \frac{\partial E_{sc}}{\partial z}(z, t) &= -\frac{q}{\epsilon_0} [n_i - \int_{-\infty}^{+\infty} f(z, v, t) dv] \\ E_T(z, t) &= E_{ext}(z, t) + E_{s.c.}(z, t) \end{aligned} \quad (57)$$

On linéarise ces équations et l'on effectue une transformation de Fourier sur le temps (ω réel) et de Laplace sur l'espace (K complexe et $J_m(k) > 0$) définies par :

$$T_L^F(k, \omega) = \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^{+\infty} T(z, t) \exp -j(\omega t - kz) dt \quad (58)$$

Les grandeurs réelles seront par conséquent de la forme :

$$T(z, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_C dk \int_{-\infty}^{+\infty} T_L^F(k, \omega) \exp i(\omega t - kz) d\omega$$

Le système (57) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} i(\omega - kv) f_{\omega}^{(1)}(k, v) - v f_{(z=0, v)}^{(1)} - \frac{q}{m} E_{T, \omega}^{(1)}(k) \frac{dF_0(v)}{dv} &= 0 \\ E_{sc, \omega}^{(1)}(z=0) + ik E_{sc, \omega}^{(1)}(k) &= -\frac{q}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\omega}^{(1)}(k, v) dv \\ E_{T, \omega}^{(1)}(k) &= E_{ext, \omega}^{(1)}(k) + E_{sc, \omega}^{(1)}(k) \end{aligned} \quad (59)$$

et il conduit à :

$$E_{T, \omega}^{(1)}(k) = \frac{1}{\epsilon(\omega, k)} \left\{ E_{ext, \omega}^{(1)}(k) + \frac{i}{k} E_{sc, \omega}^{(1)}(z=0) + \frac{q}{\epsilon_0 k} \int_{-\infty}^{+\infty} v \frac{f_{(0, v)}^{(1)}}{(\omega - kv)} dv \right\} \quad (60)$$

après avoir posé :

$$\epsilon(\omega, k) = 1 + \frac{q^2}{\epsilon_0 m k} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{dF_0}{dv}}{\omega - kv} dv \quad (61)$$

qui est identique à la relation de dispersion linéaire .

2 - CHOIX D'UNE CONDITION INITIALE

Après avoir négligé, d'une manière classique, le terme $E_{s,\omega}^{(1)}(z=0)$, le problème peut être résolu complètement si l'on sait déterminer $f_{(z=0,v)}^{(1)}$. Il s'agit d'un problème difficile de conditions aux limites qui est lié notamment à la géométrie de l'antenne.

Le calcul se poursuit en faisant appel à deux hypothèses qui conduisent à des résultats quelque peu différents.

Si l'on adopte une condition initiale du type [15] :

$$f_{(z=0,v)}^{(1)} = \frac{1}{V} \frac{q}{m} E_{ext} \frac{dF_0}{dv} \quad (62)$$

Le champ total est égal à

$$E_{T,\omega}^{(1)}(k) = \frac{E_{ext,\omega}(k)}{\mathcal{E}(\omega,k)} [2 - \mathcal{E}(\omega,k)] \quad (63)$$

Si l'on se reporte à l'annexe [IV.5A] où l'on a montré qu'une condition initiale particulière s'écrivait :

$$f_{(z=0,v)}^{(1)} = \frac{q}{m} \frac{E_{ext}}{k} \frac{\frac{dF_0}{dv}}{v - \frac{\omega}{k}} \quad (64)$$

Le champ total est égal à :

$$E_{T,\omega}^{(1)}(k) = \frac{E_{ext}(k)}{\mathcal{E}(\omega,k)} \left\{ 1 - \frac{1}{\mathcal{E}(\omega,k)} [\mathcal{E}(\omega,k) - 1] + \frac{\partial}{\partial k} \mathcal{E}(\omega,k) \right\} \quad (65)$$

3 - DISCUSSION :

On note que, avec les deux hypothèses précédemment formulées, $E_{T,\omega}^{(1)}(k)$ est toujours proportionnel à $\frac{E_{ext}(k)}{\mathcal{E}(\omega,k)}$. Dans les deux cas, en faisant tendre $\mathcal{E}(\omega,k) \rightarrow 1$ qui est une bonne approximation pour $\omega \gg \omega_P$, les deux expressions conduisent au même résultat.

$$E_{T,\omega}^{(1)}(k) \longrightarrow E_{ext,\omega}(k)$$

qui n'est autre que l'approximation sans champ self consistant.

On poursuit le calcul en considérant l'une ou l'autre des expressions (63) ou (65). On considère une fréquence d'excitation $\omega = \omega_1$. Dans ces conditions ces expressions présentent un certain nombre de poles k_{p_j} (quantités complexes, solutions de la relation de dispersion linéaire) que l'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{1}{\mathcal{E}(\omega_1,k)} = \sum_j \frac{R_j}{(k - k_{p_j})}$$

Ces poles interviennent dans le calcul de la transformée de Laplace inverse.

$$E_{\omega}^{(1)}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_C E_{\omega}^{(1)}(k) \exp -ikz dk \quad (66)$$

On suppose qu'ils sont situés dans le demi-plan où la T.L. est définie - dans le cas contraire on effectue un prolongement analytique de la fonction. On sait que (66) est équivalent à :

$$E_{\omega}^{(1)}(z) = \sum_j R_j \exp k_{p_j}(\omega_1) z + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty - i\infty}^{+\infty - i\infty} E_{\omega}^{(1)}(k) \exp -ikz dk \quad (67)$$

R : désignant le résidu associé au pole $k = k_{p_j}$. Le deuxième terme est exponentiellement décroissant. La solution asymptotique ($z \rightarrow \infty$) se réduit à :

$$E_{\omega}^{(1)}(z) = \sum_j R_j \exp k_{p_j}(\omega_1) z ; \quad k_{p_j} = k_{p_j,R} + i k_{p_j,I}$$

ce qui montre que, pour les grandes distances, $E_{\omega}^{(1)}(z)$ est une oscillation sinusoïdale, généralement amortie (amortissement Landau).

Si l'on considère maintenant l'évolution de la distribution perturbée la condition (62) par exemple conduit à :

$$f_{\omega}^{(1)}(k, v) = 2i \frac{q}{m} \frac{E_{ext, \omega}(k)}{\epsilon(\omega, k)} \frac{1}{(\omega - kv)} \frac{dF_0}{dv}(v)$$

On effectue comme précédemment une T.L. inverse pour déterminer les grandeurs réelles correspondantes. On obtient les poles $k = k_{p_j}(\omega_1)$ qui correspondent aux solutions de la relation de dispersion linéaire et qui conduisent à une solution amortie. On obtient également un pole supplémentaire $k = \frac{\omega}{v}$ qui est réel. La solution asymptotique s'écrit alors :

$$f_{\omega}^{(1)}(z_{\text{grand}}, v) = 2i \frac{q}{m} E_{ext, \omega_1} \left\{ \frac{1}{kv} \frac{\exp i \frac{\omega_1}{v} z}{\epsilon(\omega_1, \frac{\omega_1}{v})} + \frac{\exp k_{p_j}(\omega_1) z}{[\omega - k_{p_j}(\omega_1) v]} \right\} \frac{dF_0}{dv}(v)$$

En plus du terme associé à la propagation de l'onde (second terme) il existe un terme de propagation libre, non amorti. Ainsi lorsque, par amortissement Landau, l'onde a disparu, il demeure un terme de propagation libre :

$$f_{\omega_1}^{(1)}(z_{\text{grand}}, v) = 2i \frac{q}{m} \frac{E_{ext, \omega_1}}{\epsilon(\omega_1, \frac{\omega_1}{v})} \frac{k}{v} \exp i \frac{\omega_1}{v} z \frac{dF_0}{dv}(v) \quad (68)$$

Cette expression montre que tout calcul en tenant compte du champ self consistant peut être déduit de l'étude du modèle sans champ self consistant en remplaçant E_{ext, ω_j} par $\frac{E_{ext, \omega_j}}{\epsilon(\omega_j, \frac{\omega_j}{v})}$ étant identique au premier membre de la relation de dispersion linéaire.

IV.6 : BIBLIOGRAPHIE

- [1] E.L. HAHN.
Phys. Rev., 80, 580 (1950)

- [2] I.D. ABELLA, N.A. KURNIT and S.R. HARTMANN
Phys. Rev., 141, 391 (1966)

- [3] I.B. GOLDBERG, E. EHRENFREUND and M. WEGER.
Phys. Rev. Letters, 20, 11, 539 (1968)

- [4] D.E. KAPLAN, R. M. HILL and G.F. HERMANN.
Phys. Rev. Letters, 20, 21, 1156 (1968)

- [5] H. ALLOUL and C. FROIDEVAUX
Phys. Rev. Letters, 20, 22, 1235 (1968)

- [6] R.W. GOULD
Phys. Letters, 19, 6, (1965)

- [7] R.W. GOULD.
Phys. Letters, 25A, 559 (1967)

- [8] T.M. O'NEIL and R.W. GOULD
Phys. Fluids, 11, 134 (1968)

- [9] R.W. GOULD
Phys. Letters, 29A, 6, 347 (1969)

- [10] R.W. GOULD, T.M. O'NEIL and J.H. MALMBERG
Phys. Rev. Letters, 19, 5, (1967)

- [11] J.H. MALMBERG, C.B. WHARTON, R.W. GOULD and T.M. O'NEIL
Phys. Rev. Letters, 20, 3, 95 (1968)

- [12] D.R. BAKER, N.R. AHERN and A. Y. WONG
Phys. Rev. Letters, 20, 7, 318 (1968)

- [13] K. NISHIKAWA
Phys. Fluids, 12, 3, 730 (1969)
- [14] H. IKEZI, N. TAKAHASHI and K. NISHIKAWA
Phys. Fluids, 12, 4, 853 (1969)
- [15] B.H. RIPIN and R.E. PECHACEK
Phys. Rev. Letters, 24, 24, 1330 (1970)
- [16] F.L. HINTON and T. KAWABE
Phys. Fluids, 13, 5, 1212 (1970)
- [17] J. COSTE and J. PEYRAUD
Jal. Plasma Physics, 3, 4, 603 (1969)
- [18] F. EINAUDI and R.N. SUDAN
Plasma Physics, 11, 359 (1969)

CHAPITRE V

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET DES METHODES DE DIAGNOSTIQUE

DISCUSSION DES HYPOTHESES -

V.1 : INTRODUCTION

L'étude expérimentale des phénomènes qui viennent d'être exposés est faite sur le dispositif E O S. Ce dispositif a été conçu et réalisé par Etievant et Perulli, sa description détaillée est faite dans la référence [1] .

Dans la première partie de ce chapitre on en rappelle les principales caractéristiques.

La deuxième partie est consacrée aux différentes méthodes de diagnostic utilisées dans nos expériences. Elle décrit brièvement les techniques classiques en usage dans notre laboratoire et insiste particulièrement sur des techniques nouvelles nécessaires pour la réalisation du présent travail.

Dans une dernière partie, connaissant les grandeurs caractéristiques de l'expérience, on peut discuter de la validité des hypothèses simplificatrices formulées dans l'étude théorique.

V.2 : DISPOSITIF EXPERIMENTAL "E O S".

A./ ENSEMBLE MECANIQUE

Une enceinte à vide, constituée d'une chambre en acier inoxydable de section carrée (14 x 14) et de longueur 1.50 m repose sur un bâti de 3 mètres environ. fig. [V.1 ; V.2] .

Deux colonnes de pompage fixées à chacune des extrémités de la chambre maintiennent un vide résiduel inférieur à 10^{-8} torr. En présence du plasma, la pression demeure de l'ordre de 10^{-6} torr.

A une extrémité de l'enceinte est placée la source de plasma et, à l'autre extrémité, l'analyseur d'énergie.

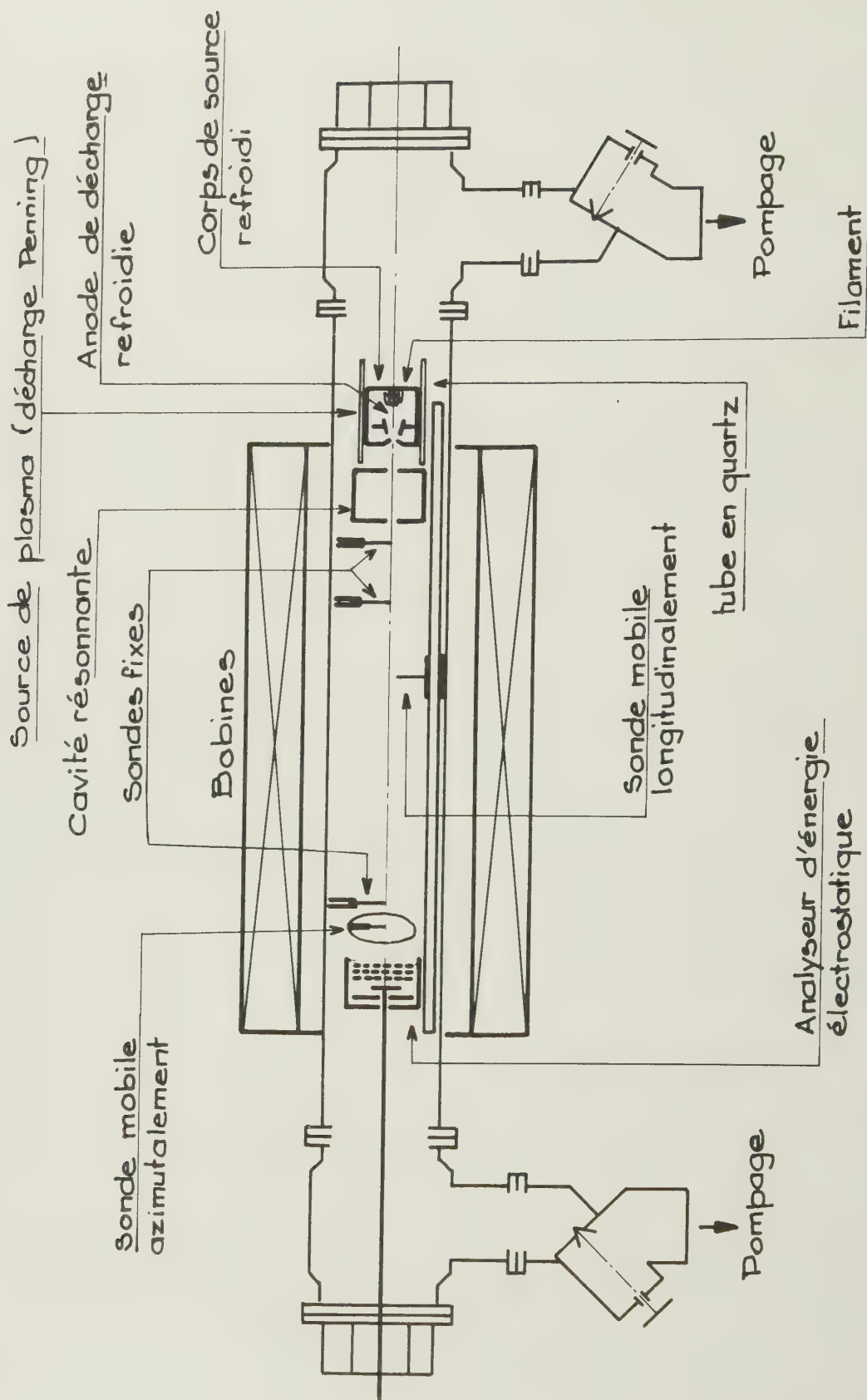


Fig V.1 SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'EXPÉRIENCE EOS

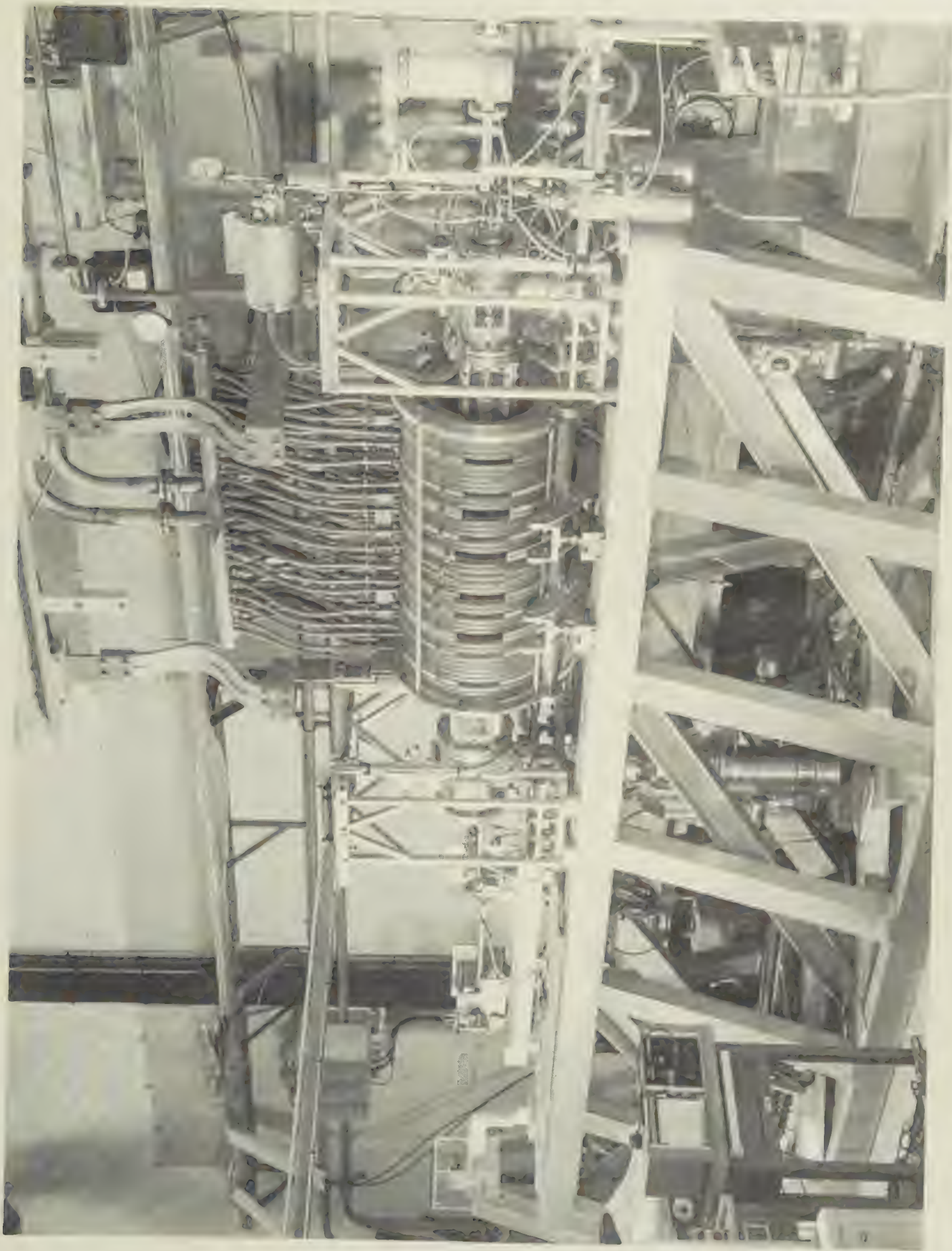


Fig V.2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL EOS

De nombreux hublots, situés sur deux faces planes opposées, permettent d'observer le plasma. Sur plusieurs d'entre eux sont disposés des sondes qui peuvent explorer la colonne suivant un rayon.

B. / ENROULEMENT MAGNETIQUE

Un ensemble de 35 bobines permet de produire un champ magnétique stationnaire et homogène variable jusqu'à 7500 gauss. Les fluctuations de champ le long de l'axe, liées à la périodicité des bobines est inférieure ou égale à $\pm 0,5\%$ sur une longueur de 64 cm.

Le système de bobines est fixé sur un bâti mobile, réglable horizontalement et verticalement à l'aide de vérins. Ce dispositif permet de régler le parallélisme entre l'axe du champ magnétique et l'axe mécanique de l'expérience;

C. / SOURCE DE PLASMA

Il s'agit d'une source du type "Penning" à cathode chaude. Le corps de la source et l'anode de décharge sont en acier inoxydable. Une circulation d'eau en assure le refroidissement (fig. [V.3]).

Le plasma créé (hydrogène - argon) diffuse par un orifice de 2 mm de diamètre. La densité du plasma varie entre 10^7 et 10^9 e1/cm³.

V.3 : METHODES DE DIAGNOSTIC

A. / INTRODUCTION

Les principales méthodes de diagnostic utilisées pour mesurer les paramètres du plasma et pour déterminer la structure des ondes électrostatiques H. F. qui sont engendrées, sont présentées dans ce paragraphe.

B. / METHODES DE MESURE DES PARAMETRES DU PLASMA

1 - SONDE DE LANGMUIR

Les caractéristiques du plasma permettent l'utilisation de sondes de Langmuir pour déterminer la densité, le profil de densité et la température.

2 - SONDE CAPACITIVE

Elle est constituée d'une pastille métallique isolée du plasma par un revêtement de quartz ou de pyrex (le diamètre extérieur est égal à 1,2 mm). Elle permet de déterminer les fluctuations

Fig.V.3 - SOURCE DE PLASMA
DÉCHARGE PENNING A CATHODE CHAUDE

CORPS DE LA SOURCE ÉTANCHE

AU VIDE ; L.int = 29cm ; ϕ int. : 5,8cm

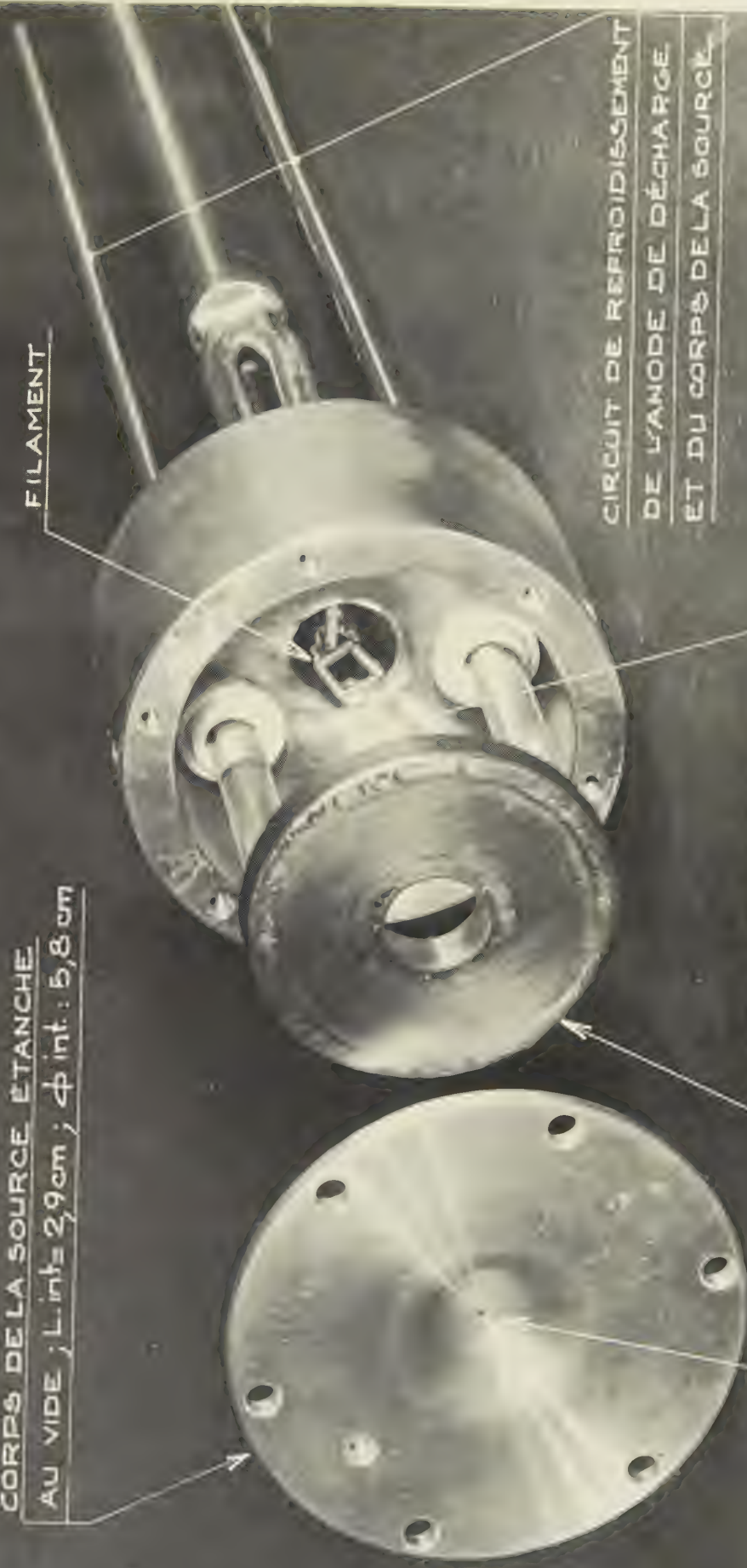
FILAMENT

CIRCUIT DE REFOUILLISSEMENT
DE L'ANODE DE DÉCHARGE
ET DU CORPS DE LA SOURCE

ORIFICE D'ARRIVÉE DE GAZ ϕ 1mm

ANODE DE DÉCHARGE

ORIFICE ϕ 1,6mm PERMETTANT LA DIFFUSION DU PLASMA



locales de potentiel qui sont couplées au circuit de mesure par l'intermédiaire de la capacité "plasma - pastille métallique" [2]. Dans les références [3 - 4] Etievant et Quemeneur montrent qu'il est possible d'en déduire le profil de densité $n(r)$:

$$n(r) = \frac{1}{4\pi} \frac{m}{q^2} \omega^2 \left[1 - \frac{\Delta_{\perp} \varphi_{\omega}^{(1)}(r)}{k^2 \varphi_{\omega}^{(1)}(r)} \right]$$

3 - SONDE EMISSIVE

La mesure du potentiel plasma à l'aide d'une sonde de Langmuir est difficile lorsqu'il existe un champ magnétique. Toutefois, comme l'ont montré Deschampset al. [5 -6] l'utilisation d'une sonde émissive rend possible cette mesure. On en rappelle brièvement le principe.

Une sonde plane peut être assimilée à la cathode d'une diode dont l'anode serait le plasma. Le courant électronique J_e émis par la sonde est égal à la différence entre les courants déduits d'une caractéristique de Langmuir obtenue lorsque la sonde est chaude et d'une caractéristique obtenue lorsqu'elle est froide. Comme il est montré sur la fig. [V.4], si on fait varier la différence de potentiel V_s entre la sonde et le plasma, il est possible de distinguer trois régions.

- a - $V_s \ll V_p$. Le courant émis par la sonde suit la loi de Richardson-Dushman
- b - $V_s \gg V_p$. Il n'y a plus de courant émis.
- c - $V_s \simeq V_p$. Dans cette zone, si $V_s \geq V_p$, la densité de courant électronique suit une loi de Boltzmann et si $V_s < V_p$ elle suit une loi de Child Langmuir.

On montre que V_p est déterminé par la valeur de V_s pour laquelle $J_e = 0$.

On utilise une sonde de ce type et on présente sur la fig. [V.5] les résultats de l'analyse d'un cas particulier.

4 - ANALYSEUR D'ENERGIE ET TECHNIQUES ASSOCIEES

a - Analyseur électrostatique d'énergie

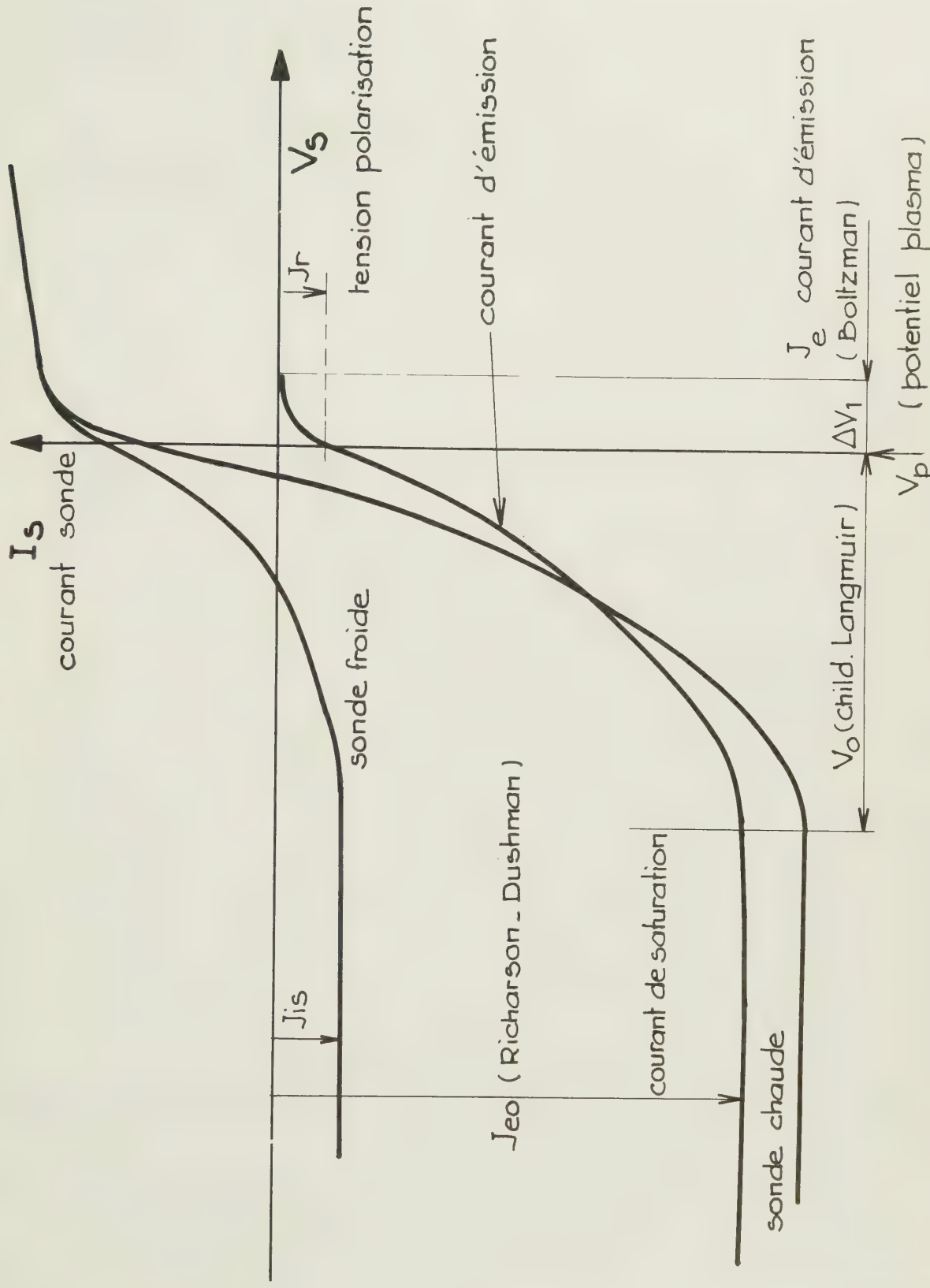
Il est très important de connaître le potentiel plasma si l'on désire mesurer la fonction de distribution au moyen d'un analyseur électrostatique. Il faut, en effet, porter l'analyseur à ce potentiel pour éviter de déformer la fonction de distribution fig. [V.6].

Après avoir étudié et tester un premier type d'analyseur à deux électrodes [7 - 8 - 9] qui a l'avantage d'être aisément miniaturisé, notre choix s'est porté finalement sur un analyseur myltigrille qui est représenté schématiquement sur la fig. [V.7].

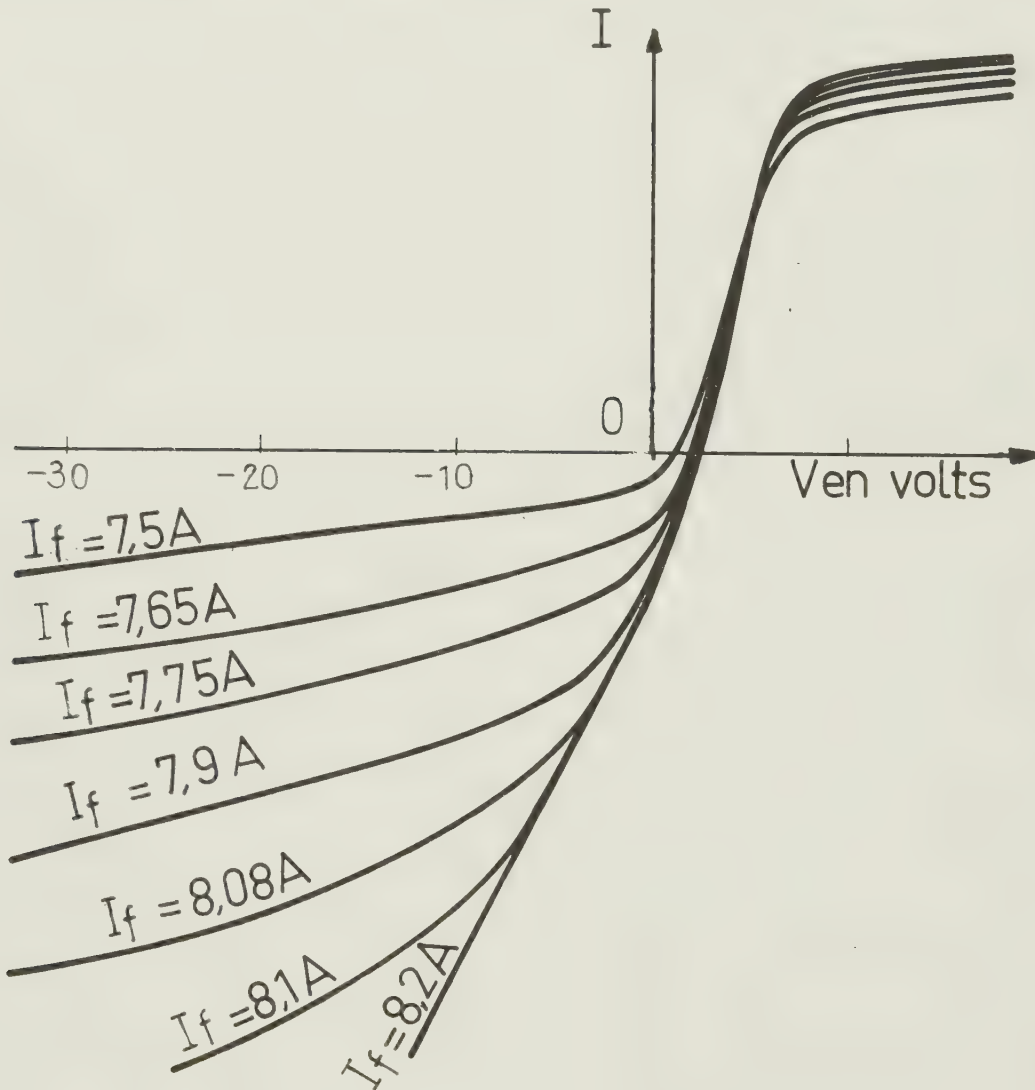
Une première électrode, polarisée à un potentiel voisin du potentiel plasma, sert de diaphragme. Le mince cylindre de plasma rencontre ensuite une électrode polarisée très positivement qui réfléchit les ions. L'électrode suivante, portée à un potentiel négatif variable (tension d'analyse) laisse passer les électrons qui ont une énergie suffisante pour vaincre cette barrière de potentiel. Ces électrons sont alors recueillis par un collecteur muni d'un anneau de garde.

Fig.V.4 CARACTÉRISTIQUES THÉORIQUES DE LA SONDE ÉMISSIVE
COURANT D'ÉMISSION DE LA SONDE
(d'après BLANC-DESCHAMPS-OCCHIONORELLI)

(D.P.H. P.F.C. note interne n° 1033)



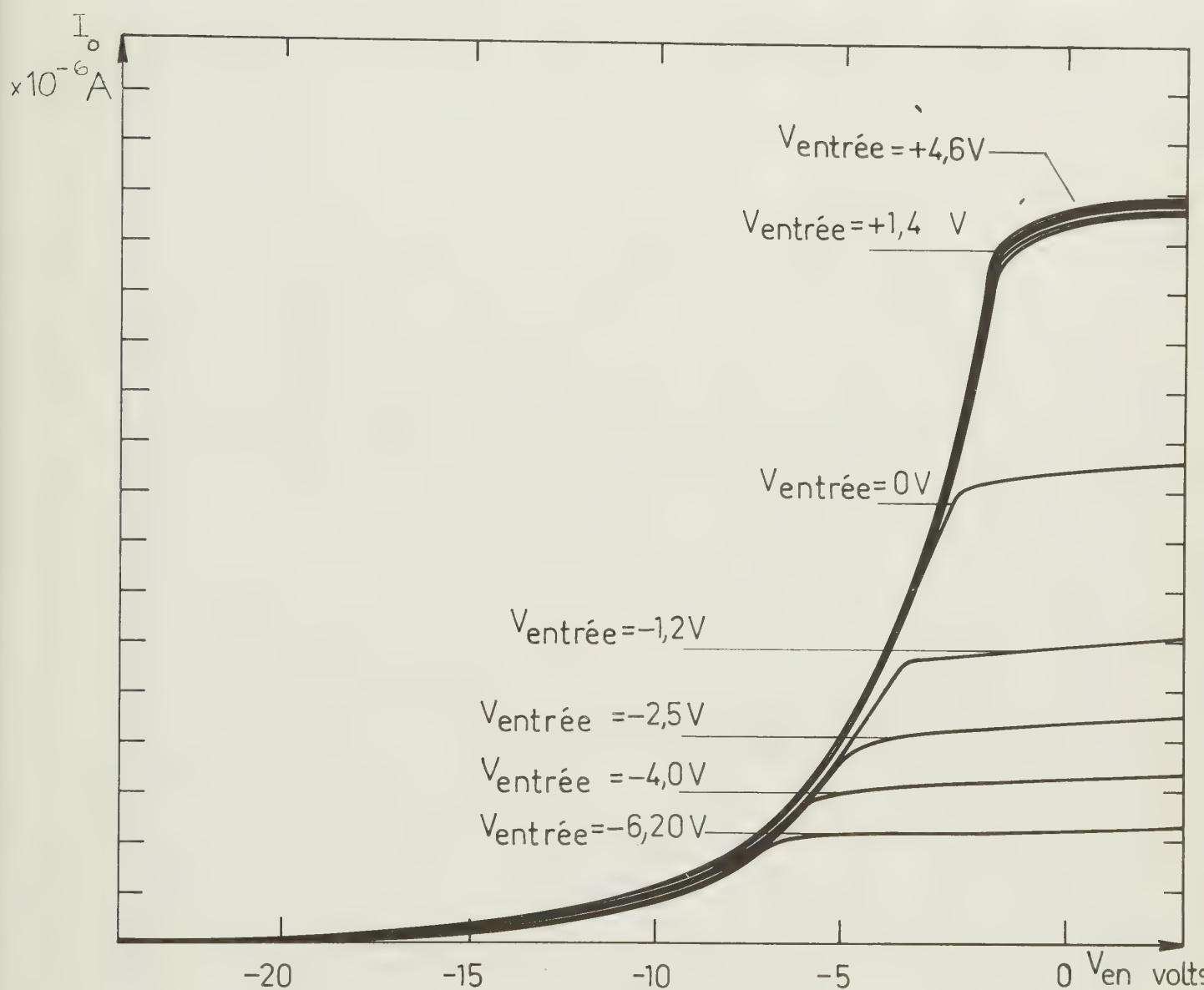
DETERMINATION DU POTENTIEL PLASMA A L'AIDE D'UNE SONDE EMISSIVE -



-FIG.V.5

Conditions expérimentales
 plasma d'argon $n_0 = 1,6 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $B_0 = 1500 \text{ gauss}$
 I_f : intensité du courant de chauffage variable
 Nous en déduisons : $V_p = 5,7 \pm 0,2 \text{ Volts}$

COURANT COLLECTE PAR L'ANALYSEUR
INFLUENCE DE LA TENSION D'ENTREE



-FIG.V.6-

Conditions expérimentales

plasma d'argon $n_o = 4,4 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$

$B_o \simeq 1500 \text{ gauss}$

$V_{arrêt} = V_{coll} = V_{garde} = +45 \text{ volts}$

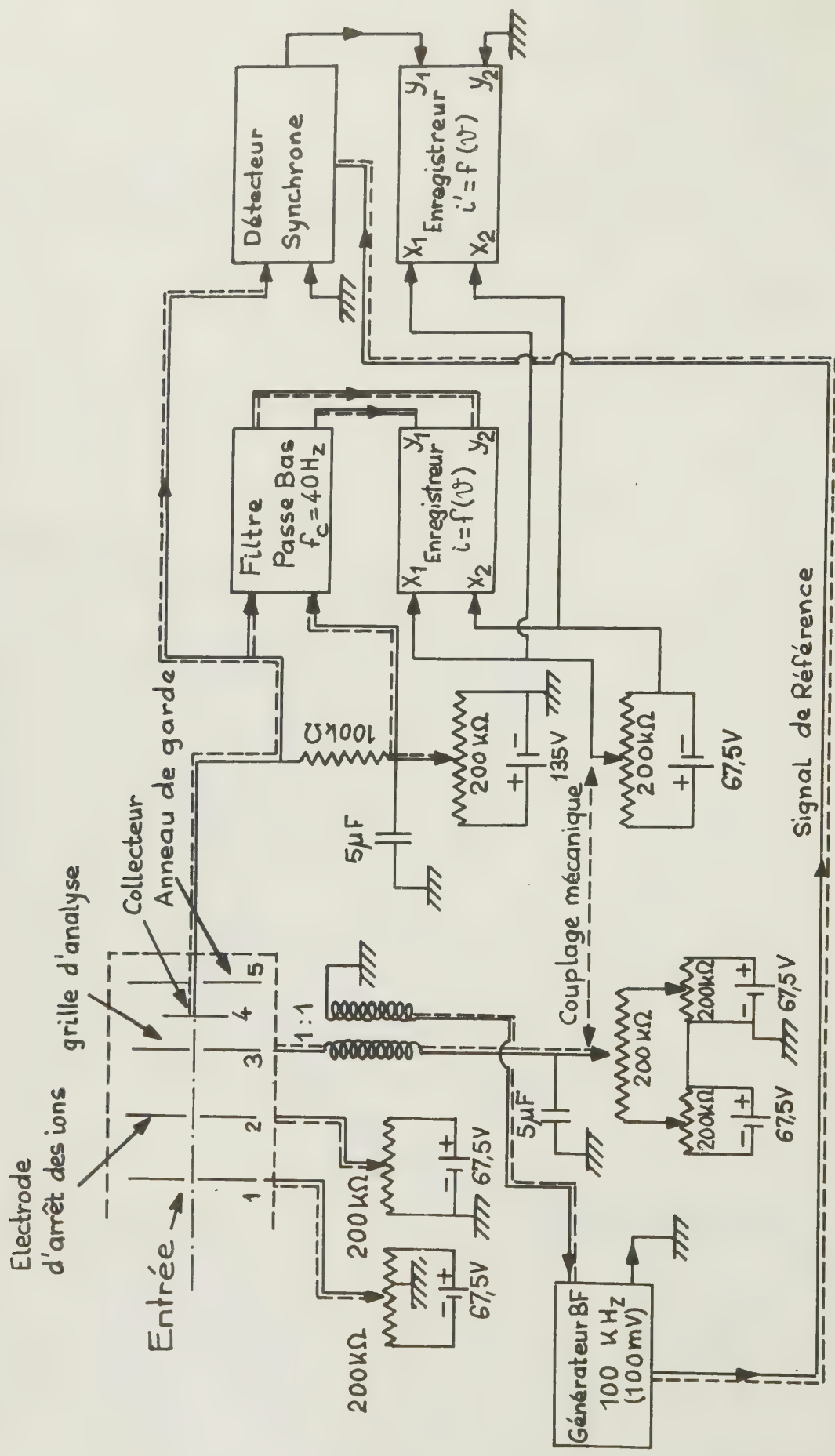


Fig.V.7 DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL D'ENREGISTREMENT ET DE DÉRIVATION DU COURANT COLLECTÉ PAR L'ANALYSEUR

Des considérations d'optique électronique ont conduit à modifier quelque peu ce schéma de principe en lui ajoutant des électrodes écrans. Par ailleurs le diamètre de l'orifice des électrodes est diminué au maximum ($\phi = 1$ et $1,5$ mm). Dans ces conditions chaque orifice coïncide bien avec un plan équipotentiel, indépendamment des tensions voisines. La résolution de l'appareil est alors limitée par la charge d'espace. Celle-ci définit une limite, voisine de $V_e = 1$ volt en dessous de laquelle l'analyse n'est plus valable. Par contre, au delà de l'énergie thermique, la correction due à la densité de charge est négligeable.

b - Dérivateur

En l'absence de perturbation, le courant recueilli par le collecteur est de la forme :

on en déduit :

$$I_o^{(0)}(V_c) = S q \int_{V_c > 0}^{\infty} F_o(v) v dv$$

$$(F_o(v))_{v=V_c} = \frac{1}{S q} \frac{dI_o^{(0)}}{dV_c} = \frac{m}{S q^2} \frac{dI_o^{(0)}}{dV_c}$$

avec: $V_c^2 = \frac{1}{2} \frac{m}{q} V_c^2$

La fonction de distribution s'obtient en effectuant la dérivation du courant par rapport à la tension d'analyse. Dans ce but deux types de dérivateur électronique ont été réalisés.

- Premier type de dérivateur :

Ce dérivateur a été construit par Bresson et Delorme. Son principe utilise les propriétés des amplificateurs opérationnels et son schéma est présenté fig. [V.8] .

- Deuxième type de dérivateur :

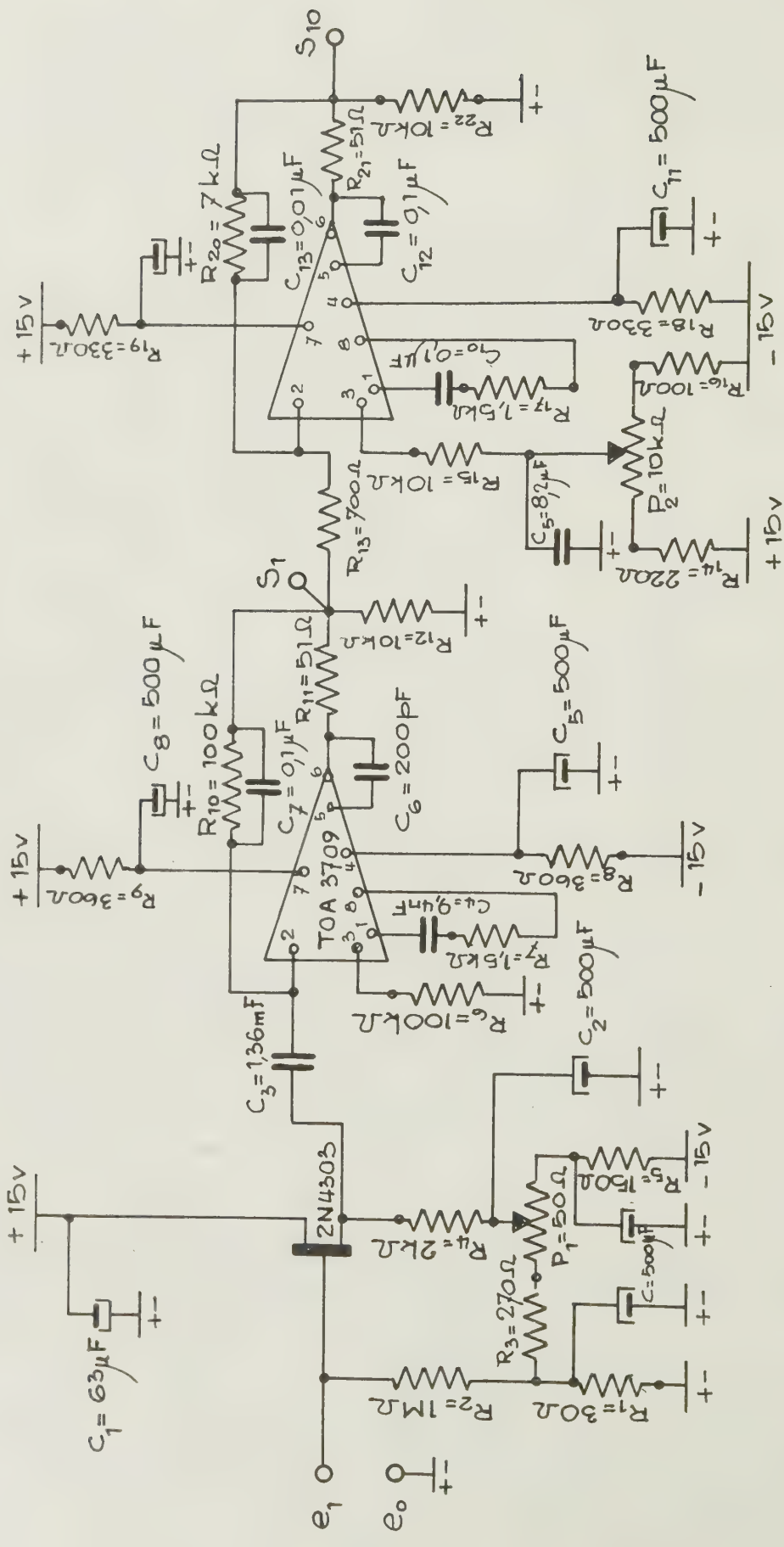
Afin d'augmenter le rapport signal/bruit lorsqu'il est nécessaire, on a été conduit à utiliser une technique de dérivation cohérente. Il suffit de moduler la tension d'analyse et de recueillir le signal cohérent au moyen d'un détecteur synchrone dont la voie de référence est calée sur la fréquence de modulation [10] . Le signal de sortie est ensuite envoyé sur la voie Y d'un enregistreur dont la voie X est asservie à la tension d'analyse V_c .

En plus d'une meilleure résolution cette seconde méthode présente l'avantage de permettre la détermination directe de $\frac{dF_o}{dV_c}$ en faisant une détection à la fréquence 2ω .

- Conclusion

Ces deux dispositifs ont été testés en utilisant des signaux dont la dérivée est connue numériquement. La précision est toujours bonne et les résultats qui suivront sont obtenus en utilisant l'un ou l'autre de ces dispositifs électroniques.

Fig.V.8 DÉRIVATEUR



Note : tension d'entrée max: 0,1v

Réalisation : MM. Bresson et Delorme

c - Détecteur cohérent

Le dispositif précédent fournit instantanément $I_o^{(0)}(\psi_c)$ et $F_o(\psi_c)$

Toutefois, lorsque l'on veut étudier l'évolution de l'une ou de l'autre de ces grandeurs sous l'influence de la propagation d'une onde "plasma électronique" de très faible amplitude, il est préférable d'avoir recours à une méthode de détection cohérente [10 - 11] .

Pour cela l'onde "plasma électronique" est modulée en amplitude. Le courant collecté par l'analyseur est envoyé sur un détecteur synchrone dont la voie de référence est reliée à la source de modulation fig. [V.9] . Dans ces conditions le détecteur délivre un signal proportionnel au courant cohérent, c'est-à-dire égal à la différence des courants collectés lorsque l'onde existe et lorsqu'elle est absente. On a vérifié que la linéarité du dispositif s'étend sur une échelle égale à 40 db.

Cette technique permet de détecter et d'étudier les variations de courant dues à des ondes de très faible amplitude ($\approx 3.10^{-5}$ V).

C. / ETUDE DE LA STRUCTURE DES ONDES

1 - ANTENNES

Les ondes "plasma électronique" sont excitées au moyen de sondes de Langmuir connectées à des générateurs. D'autres sondes du même type permettent de recueillir le signal HF associé à ces ondes.

a - Mesure de l'amortissement

Une sonde mobile longitudinalement permet d'explorer l'amplitude de l'onde suivant l'espace et de déterminer son amortissement.

Pour faire cette mesure il est important d'utiliser une chaîne de mesure (amplificateur - filtre etc ...), ayant une bande passante suffisante. Comme il est montré réf [12] , la propagation d'une onde plasma dans un milieu faiblement turbulent et inhomogène s'accompagne d'un élargissement spectral de la raie. Il en résulte qu'une fraction de l'énergie apparaît dans des bandes latérales de fréquences dont il est nécessaire de tenir compte lors de l'étude de l'amortissement.

b - Mesure des longueurs d'onde

Cette sonde est également utilisée pour mesurer les nombres d'ondes longitudinaux. Une étude détaillée de ce problème a été effectuée par Perceval et al. [13 - 14 - 15] .

On rappelle qu'elle consiste à effectuer une intercorrélation entre le signal collecté par une sonde fixe et celui collecté par une sonde mobile. Le signal ainsi recueilli est mémorisé, puis traité par un ordinateur. On détermine ainsi les principaux nombres d'onde.

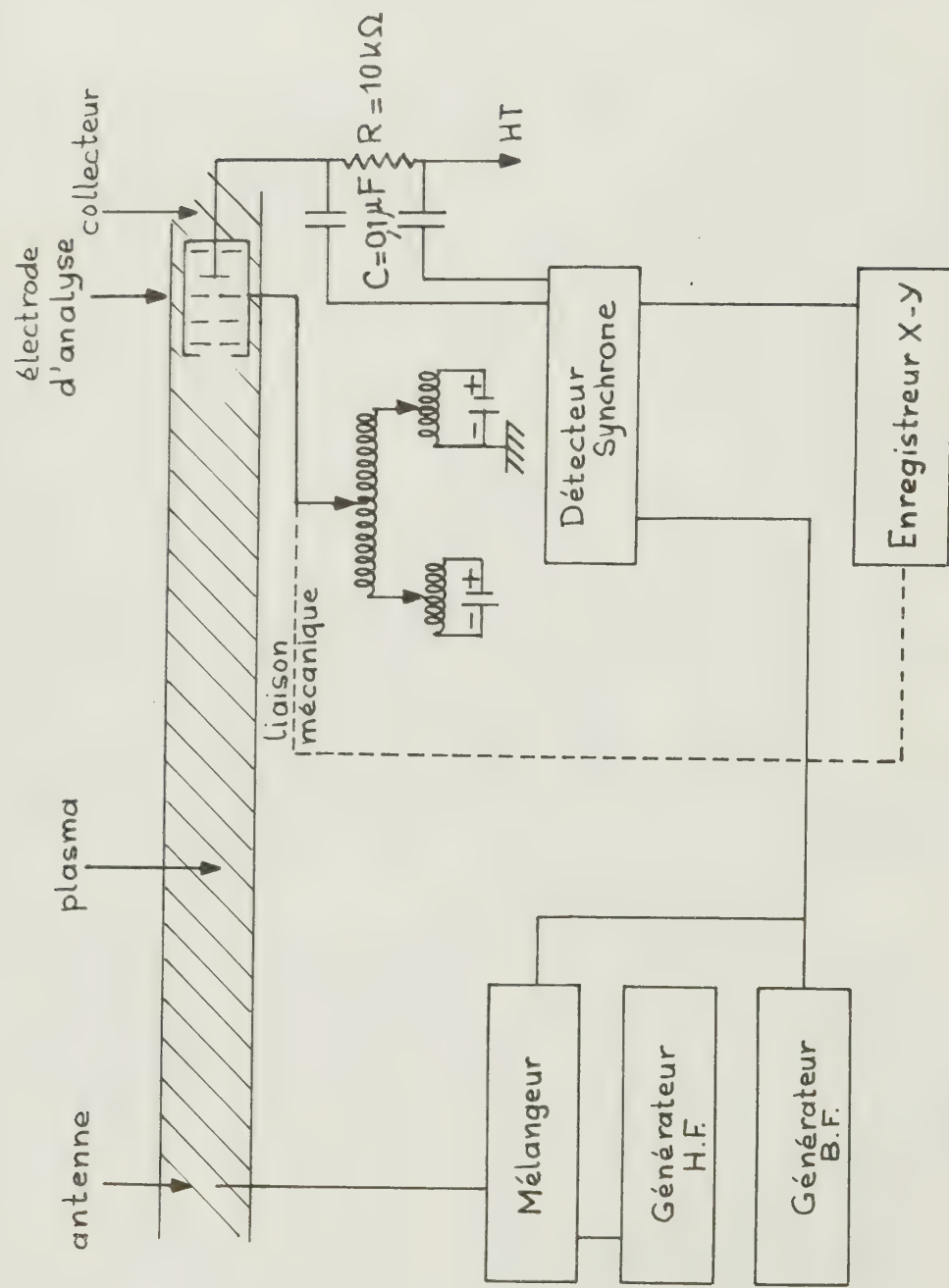


FIG. V.9 DETECTION COHERENTE DU COURANT $J_0^{(2)}$
 SCHEMA SYNOPTIQUE DU MONTAGE

En utilisant deux sondes de Langmuir identiques on détermine le coefficient de couplage entre une sonde et le plasma. Pour cela on mesure la puissance P_1 injectée dans le plasma et la puissance P_2 recueillie sur l'antenne réceptrice. Si l'on admet que les coefficients de couplage sont identiques, on en déduit, dans le cas d'une onde faiblement amortie :

$$\chi = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}$$

Ce coefficient varie quelque peu avec les caractéristiques du plasma et la fréquence des ondes. Toutefois, il demeure voisin de 40 db. On notera que les puissances mentionnées sur toutes les figures de ce texte sont les puissances injectées. Pour obtenir la puissance réelle P_1 qui se propage sous forme d'onde, dans le milieu il faut diminuer ces valeurs d'environ 40 db)

La connaissance de P'_1 , du profil de potentiel de l'onde $\phi(r)$ et de la vitesse de groupe $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ correspondant permet de déterminer l'amplitude maximum ϕ du potentiel oscillant

$$P'_1 = \frac{v_g}{8\pi k^2} \int_0^R \phi(r) \phi^*(r) 2\pi r dr$$

Cette détermination doit être effectuée dans chaque cas d'expérience. Toutefois les valeurs obtenues sont toujours d'un même ordre de grandeur et on peut les résumer sous une forme approchée.

Lorsqu'on injecte une puissance égale à 1 watt, il apparaît dans le milieu une onde de puissance 10^{-4} watt qui correspond à un potentiel oscillant maximum ϕ de 1 volt.

La mesure de la longueur de "préage" qui apparaît lors de l'interaction d'une onde de grande amplitude avec le plasma peut également donner ϕ , en effet on a :

$$L = 2\pi \frac{\omega}{k^2} \sqrt{\frac{m}{e\phi}}$$

La valeur de ϕ que l'on en tire est en assez bon accord avec le résultat précédent.

En résumé ces différentes méthodes permettent de définir l'amplitude de l'onde avec une incertitude d'environ 2 db.

2 - SONDES CAPACITIVES

Les sondes capacitatives, décrites précédemment, permettent de déterminer la structure radiale et azimutale des ondes "plasma électronique". Elles permettent également [4] d'évaluer l'amplitude des ondes. Toutefois, cette mesure repose sur un certain nombre d'hypothèses difficiles à vérifier et elle ne permet qu'une estimation de l'amplitude des ondes.

1 - Fonction de distribution

En l'absence de toute perturbation (ondes monochromatiques ou spectres de bruit) la fonction de distribution, déduite de la mesure du courant collecté par l'analyseur, présente toujours une forme voisine d'une maxwellienne limitée aux vitesses positives ($T_e \simeq 2 \text{ eV}$)

Il existe une incertitude sur l'origine de cette distribution, comme le montre les fig. [V.6] et [V.10]. Cette incertitude est liée à la résolution de l'analyseur et à la mesure du potentiel plasma. Afin de déterminer l'origine des tensions $V = 0$, une onde modulée faiblement amortie de fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ est excitée dans le plasma. L'analyseur collecte alors un courant cohérent qui présente un maximum lorsque la tension d'analyse est $V_1 = \frac{1}{2} \frac{m}{e} \left(\frac{\omega}{k} \right)^2$. La connaissance du nombre d'onde k permet de trouver le potentiel $V = 0$.

2 - Densité électronique

a - Densité maximum - densité moyenne

La mesure du courant collecté par l'analyseur, compte tenu de la connaissance de la fonction de distribution, permet de déterminer la densité locale du plasma. A la fonction de distribution

normalisée $F_o(v) = \frac{2n_o}{\sqrt{\pi}\alpha} \exp\left[-\frac{v^2}{\alpha^2}\right]$ correspond en effet un courant de saturation :

$$(I_o^{(o)})_{\max} = \frac{Sq n_o \alpha}{\sqrt{\pi}} , \quad S = \text{surface du diaphragme}$$

d'où l'on déduit la densité n_o .

Ce résultat est comparé à la mesure de la densité obtenue avec une sonde de Langmuir et avec une cavité résonnante (densité moyenne). Si l'on tient compte de l'existence du gradient longitudinal de densité qui sera étudié plus loin les résultats sont en assez bon accord ($\pm 20 \%$).

b - Profil radial de densité

Il existe un fort gradient radial de densité qui a été mesuré avec une sonde de Langmuir. On présente fig. [V.11] l'étude d'un profil obtenu par Quemeneur et publié référence [3]

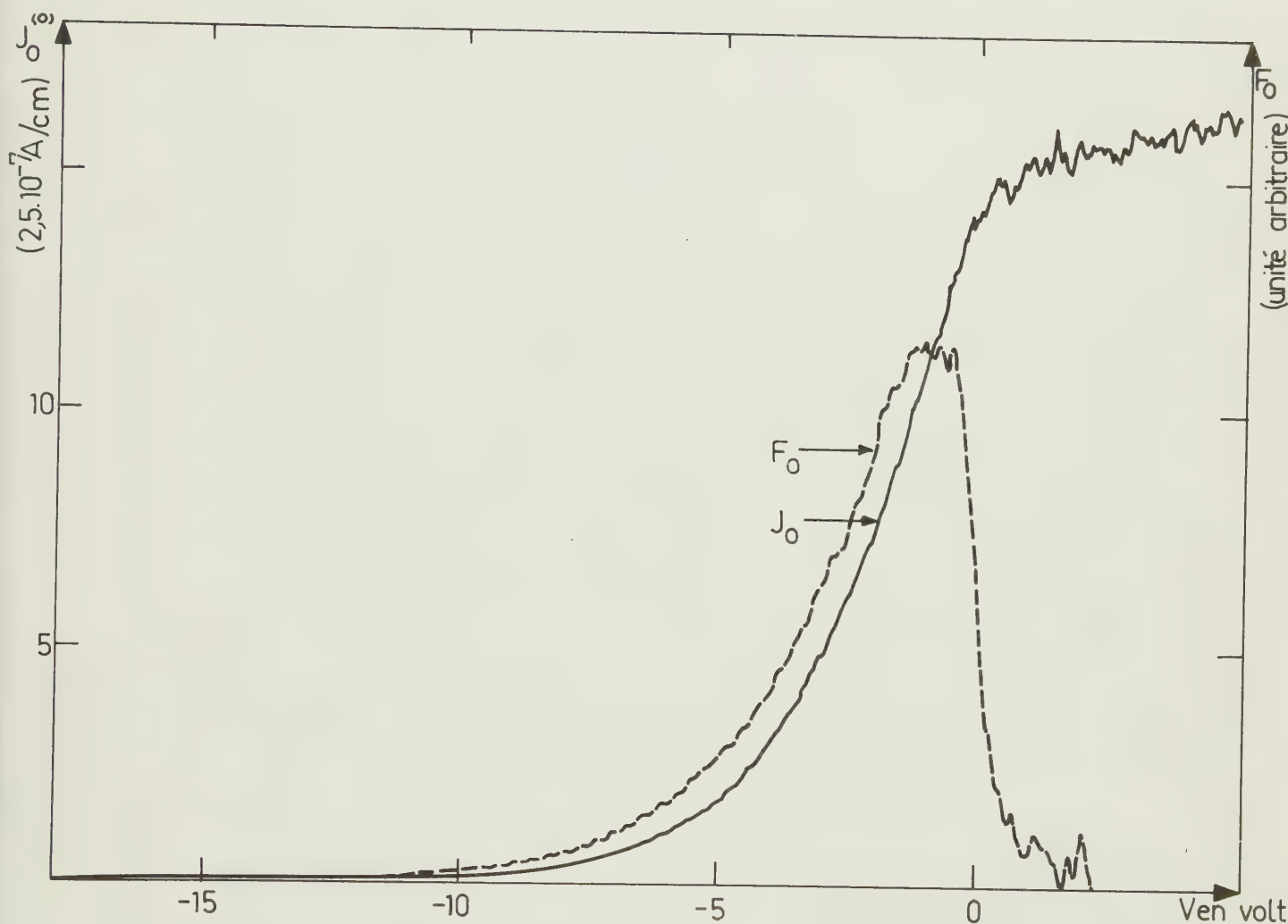
c - Gradient longitudinal de densité

Une sonde de Langmuir polarisée négativement et se déplaçant le long de la colonne montre qu'il existe un gradient longitudinal de densité fig. [V.12] .

Ce gradient a pour effet de modifier les longueurs d'ondes longitudinales. Inversement, la mesure de cette variation permet de calculer le gradient correspondant. Cette détermination se déduit de la relation de dispersion linéaire qui, après différentiation, conduit à :

$$\frac{\Delta n}{n_o} = 2 \frac{F_p^2 - F^2}{F_p^2} \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

Fig.V.10 COURANT $J_0^{(0)}$ ET FONCTION DE DISTRIBUTION ASSOCIÉE F_0



Conditions expérimentales

plasma d'argon $n_0 \simeq 2 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$

$B_0 \simeq 1500 \text{ gauss}$

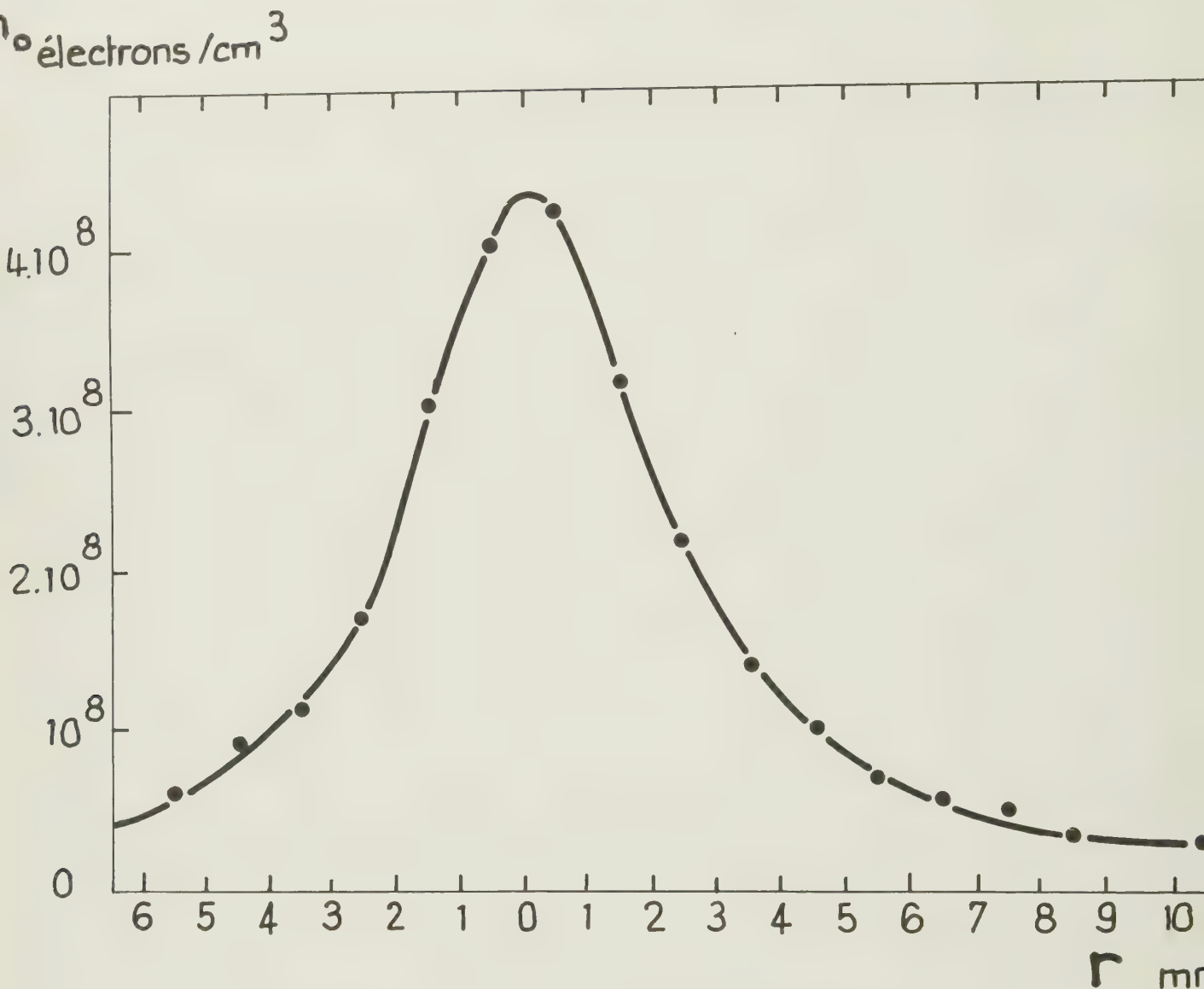
analyseur d'énergie : $V_{\text{entrée}} = +2\text{V}$.

$V_{\text{arrêt}} = V_{\text{garde}} = V_{\text{coll.}} = +50 \text{ volts}$

dérivation au moyen d'un détecteur cohérent

(Fréquence de modulation : 100 kHz - Amplitude de modulation = 0,2 v.)

Fig. V.11 PROFIL DE DENSITÉ OBTENU AVEC
UNE SONDE CYLINDRIQUE



Plasma d'Argon

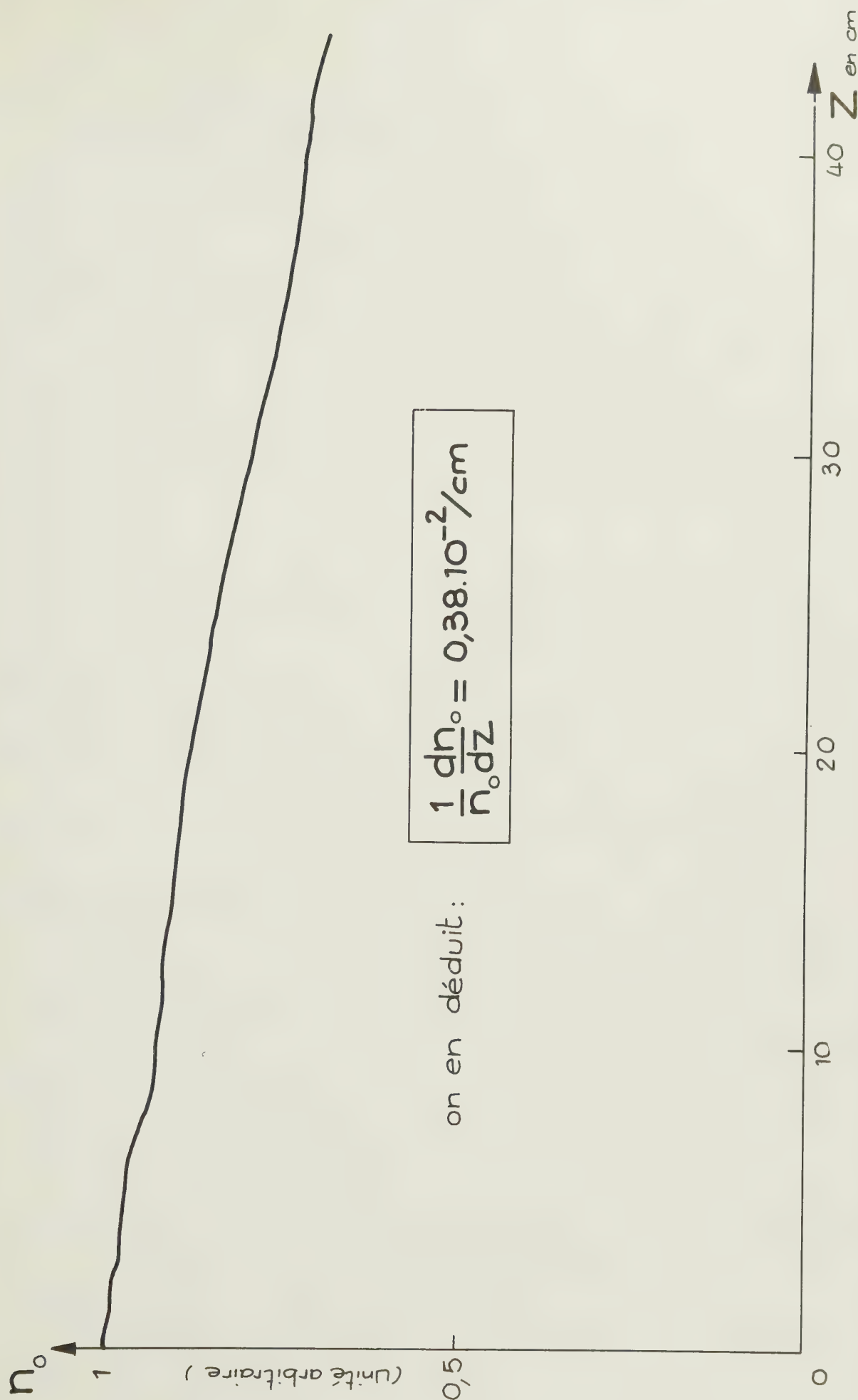
$B_0 = 2250$ gauss

$\langle n_0 \rangle_{\text{cavité}} = 2,9 \cdot 10^8$ électrons / cm³

$\langle n_0 \rangle$ est défini à partir du glissement de fréquence
en supposant la densité homogène.

d'après QUEMENEUR (EUR. CEA 529)

Fig.V.12 GRADIENT DE DENSITE LONGITUDINAL



on en déduit :

CONDITIONS EXPÉRIMENTALES: Plasma d'argon. $\langle n_0 \rangle \simeq 1,8 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $T_e = 1,9 \text{ eV}$. $B_0 \simeq 1500 \text{ gauss}$

Les résultats varient avec les conditions expérimentales. Ils dépendent notamment de la tension appliquée sur la première électrode de l'analyseur. Pour une valeur voisine du potentiel plasma on obtient une valeur du gradient égale à :

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \simeq 4.10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

d - Fluctuations temporelles de densité

Les fluctuations temporelles de la densité, observées sur un analyseur de spectres et sur le signal délivré par la cavité sont essentiellement des oscillations basse fréquence ($F < 5 \text{ MHz}$).

Ils leur correspondent des oscillations du courant électronique qui peuvent être mesurées sur une cible placée à l'extrémité de la chambre. Si la cible est polarisée négativement - partie ionique d'une caractéristique de Langmuir, les oscillations aléatoires de courant s'identifient sensiblement aux fluctuations de densité et leur amplitude est voisine de 20 %.

Ces variations sont également responsables de la perte de corrélation entre les signaux collectés par deux sondes séparées par une distance z . On exploite cet effet pour tenter d'évaluer quantitativement le taux de fluctuation du milieu.

Pour cela on admet que la densité est distribuée suivant une loi gaussienne autour d'une valeur constante n . Il en résulte une distribution des nombres d'onde, corrélée à la précédente par l'intermédiaire de la relation de dispersion linéaire, qui demeure du type gaussienne. Cette distribution peut s'écrire :

$$\phi(k_R) = \frac{1}{\sqrt{\Delta k_R}} \frac{1}{\Delta k_R} \exp - \left(\frac{k_R - k_{R0}}{\Delta k_R} \right)^2$$

A la sortie d'un mélangeur, alors que le signal d'intercorrélation d'une onde monochromatique faiblement amortie est de la forme :

$$S(z) = \alpha \exp - k_I z \cos k_R z$$

Pour une distribution d'ondes la fonction de corrélation s'écrit :

$$\begin{aligned} S^*(z) &= \alpha \exp - k_I z \int_{-\infty}^{+\infty} \cos k_R z \phi(k_R) dk_R \\ &= \alpha \exp - k_I z \exp - \frac{z^2 \Delta k^2}{4} \cos k_R z \end{aligned}$$

Or k_I, k_R et $S^*(z)$ sont connus expérimentalement. En étudiant numériquement ces expressions et en les comparant aux résultats expérimentaux on montre que :

- une loi en $\exp - \Lambda^2 z^2$ rend convenablement compte de la perte d'amplitude du signal d'intercorrélation ($\pm 4 \%$ d'incertitude) ; elle justifie, à posteriori l'hypothèse de la distribution gaussienne de la densité.

- La largeur relative $\frac{\Delta k_R}{k_R}$ déduite de ces mesures varie avec les conditions expérimentales mais demeure néanmoins voisine de 20 %.

Il en résulte une variation relative de densité qui est comprise entre 10 % et 20 %.

De plus, comme il sera mentionné plus loin, le désaccord entre une théorie d'onde monochromatique et les résultats expérimentaux s'interprète si l'on tient compte de la variation des nombres d'onde. Cette hypothèse conduit à une estimation de la valeur des fluctuations de densité comprise entre 10 et 20%.

En conséquence, ces différentes mesures s'accordent pour montrer qu'il existe un taux de fluctuation de la densité compris entre 10 et 20%.

3 - TEMPERATURE ELECTRONIQUE

a - Profil radial de température

Dans la réf. [4] Quemeneur montre que la variation radiale de la température électronique est très faible ($\frac{\delta n}{n_0} \sim 3 \%$).

b - Fluctuations de température

Une cible, polarisée au potentiel flottant, collecte un courant oscillant qui correspond sensiblement aux fluctuations de température. Celles-ci sont de l'ordre de $\pm 10 \%$.

V.4 : DISCUSSION DES HYPOTHESES

A. / INHOMOGENEITES

Dans les calculs théoriques de la première partie on considère un milieu infini et homogène.

Or le dispositif expérimental présente les défauts d'homogénéité suivants :

- inhomogénéité du champ magnétique égale à $\pm 0,5 \%$
- gradient longitudinal de densité voisin de 0,4 % par cm
- gradient transversal de densité présentant une structure continuellement décroissante de l'axe vers les parois avec une largeur à mi-hauteur voisine de 1 cm.
- fluctuations temporelles de densité comprises entre 10 et 20 %.

Les conséquences de ces inhomogénéités seront discutées dans les expériences où elles jouent un rôle important.

B. / CHAMP MAGNETIQUE DE FORTE INTENSITE

Les différentes expériences décrites dans les chapitres suivant seront effectuées en présence d'un champ magnétique d'une intensité comprise entre 1000 et 2500 gauss. Des fréquences de travail comprises entre 30 et 300 MHz satisfont la condition $F/F_{ce} \ll 1$. Il en résulte que les mouvements transverses des particules peuvent être négligés et que, par conséquent, on peut limiter les études aux problèmes unidimensionnels.

C. / COLLISIONS

Rappelons tout d'abord que la température électronique est voisine de 2 eV, que la pression de gaz neutre en présence de plasma est de l'ordre de 10^{-6} torr.

On en déduit les libres parcours moyens correspondants :

$$\begin{aligned}\lambda_{e-o} &= \frac{1}{n_o \sigma_{eo}} \geq 10^4 \text{ cm} \\ \lambda_{e-i} &= \frac{m v_{th}^2}{\pi n_o e^2} \geq 2 \cdot 10^3 \text{ cm}\end{aligned}$$

On doit également considérer la longueur de transit d'un électron émis par la source et capturé ou réfléchi par le réflecteur. Cette longueur, égale à 100 cm, correspond au plus faible libre parcours moyen.

En conséquence, toutes les fois que l'électrode qui termine la colonne de plasma est portée à un potentiel qui interdit la réflexion des particules le plasma peut être considéré comme non collisionnel.

On note toutefois qu'il existe toujours une microturbulence ou une diffusion coulombienne correspondant à une multitude de chocs lointains. Cet effet peut jouer un rôle dans le phénomène d'écho, notamment en ce qui concerne l'amplitude. Dans toutes les autres études il peut être omis en première approximation.

V.5 : BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. PERULLI
Rapport C E A - R - 3639 (1968)

- [2] J.R. ROTH - W.M. KRAW CZONEK
Nasa TM X - 52.914 (1970)

- [3] A. QUEMENEUR - F. PERCEVAL - C. ETIEVANT
Conference on Plasma diagnostics - Culham (1968)

- [4] A. QUEMENEUR
EUR - CEA FC 529 (1969)

- [5] P. BLANC - P. DESCHAMPS - M. OCCHIONORELLI
DPh. PFC Note interne n° 1033 (1969)

- [6] P. DESCHAMPS
Ninth International Conference on Phenomena in Ionized
Gases BUCAREST 5 - 1 - 18 (1969)

- [7] D. SHIRMANN
Thèse - Faculté des Sciences de l'Université de Nancy (1968)

- [8] J.P. BUSSAC
Thèse - Faculté des Sciences d'Orsay - Université de Paris (1969)

- [9] J.M. BUZZI - H.J. DOUCET - D. GRESILLON
Laboratoire de Physique des milieux ionisés - Ecole Polytechnique -
PARIS - PMI 444 T (1969)

- [10] R. HAUG
L'Onde Electrique - 46, 1251 (1966)

- [11] J.H. MALMBERG - T.H. JENSEN - T.M. O'NEIL
Third Conference on plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research
NOVOSIBIRSK - CN 24/E - 8 (1968)

- [12] J. H. MALMBERG - C. B. WHARTON
General Atomic - G.A. 6620 (1965)
- [13] J. C. BOUSQUET - M. PARISOT - F. PERCEVAL - M. PERULLI
EUR - CEA - FC 444 (1967)
- [14] J. C. BOUSQUET - M. PARISOT - F. PERCEVAL - M. PERULLI
Le Journal de Physique - 29 (1968)
- [15] F. PERCEVAL
Thèse - Faculté des Sciences de PARIS (1968)

MESURE DU COURANT H.F. ASSOCIE A LA PROPAGATION D'UNE ONDE "PLASMA ELECTRONIQUE"

VI.1 : INTRODUCTION

Le courant H.F. dû à la propagation d'une onde "plasma électronique" dans une colonne a été étudié au chapitre II. Son expression analytique fait intervenir les deux types de solution des équations de Vlasov:

- Le premier terme $j_{\omega, B}^{(1)}$ ou solution balistique correspond à l'écoulement libre de la distribution initiale qui arrive à l'abscisse z avec un retard de phase donné par le temps de parcours $\frac{z}{v}$. Cette solution correspond aux modes de Van Kampen.
- Le deuxième terme $j_{\omega, L}^{(1)}$ ou solution de Landau, traduit l'apport de particules sous l'effet du champ électrique créé par la réaction collective du plasma.

Dans ce chapitre on se propose d'analyser expérimentalement ce courant H.F. et d'en déduire, si possible, les deux composantes $j_{\omega, B}^{(1)}$ et $j_{\omega, L}^{(1)}$.

La confrontation entre la théorie et l'expérience est rendue difficile du fait que le courant collecté par l'analyseur est la somme des composantes $j_{\omega, B}^{(1)}$ et $j_{\omega, L}^{(1)}$ et d'une troisième composante liée au mode de diagnostic [1 - 2]. Une oscillation $\Delta V^{(1)}$ de la fonction de distribution $F_0(v)$, due à l'existence du potentiel $\varphi_{\omega}^{(1)}$ de l'onde (se superposant au potentiel plasma alors que le potentiel de référence de l'analyseur en maintenu constant et égal à V_p) créé un courant $j_{\omega, p}^{(1)}$. Cette composante peut être calculée en supposant que l'onde se propage sans atténuation jusqu'à l'électrode d'analyse. Elle est nulle dans le cas opposé qui consiste à admettre que l'onde est totalement absorbée au niveau de l'électrode d'entrée de l'analyseur. On peut raisonnablement supposer que, dans le cas d'une expérience réelle, l'onde se propage avec un coefficient d'amortissement $0 < \Lambda < 1$ qui réduit d'un facteur équivalent le courant calculé.

VI.2 : COMPOSANTE DU COURANT $j_{\omega, p}^{(1)}$ LIEE AUX VARIATIONS DU POTENTIEL PLASMA

En tenant compte du potentiel de l'onde, la densité de courant recueillie par l'analyseur est égale à :

$$j^{(1)}(z, v_c, t) = \frac{q^2}{m} \int_{v_c + \varphi_{\omega}^{(1)}(z) \exp i(\omega t - kz)}^{\infty} [F_0(v) + f^{(1)}(v) \exp i(\omega t - kz)] dv$$

en supposant que toutes les fonctions potentielles sont rapportées au potentiel plasma. On décompose cette expression suivant les deux intégrales :

$$j_{(z, v_c, t)}^{(1)} = \frac{q^2}{m} \left\{ \int_{v_c + \varphi_{\omega}^{(1)}(z) \exp i(\omega t - kz)}^{v_e} [F_0(v) + f^{(1)}(v) \exp i(\omega t - kz)] dv \right. \\ \left. + \int_{v_c}^{\infty} [F_0(v) + f^{(1)}(v) \exp i(\omega t - kz)] dv \right\} \quad (1)$$

Le deuxième terme correspond au courant moyen $j_o^{(0)}$ et à la composante du courant oscillant $j_{\omega, L}^{(1)}$ qui a été calculée précédemment. Par contre il apparait une composante nouvelle liée au fait que le potentiel dans lequel baigne les électrons oscille autour d'une valeur moyenne identique au potentiel plasma alors que la tension d'analyse v_c demeure constante. Il en résulte une oscillation de la fonction de distribution complète $F_0(v)$, à la fréquence de l'onde, qui donne naissance à un courant supplémentaire

Pour calculer cette composante on effectue un développement en série de Taylor de (1). En admettant que $v_c \gg |\varphi_{\omega}^{(1)}|$ on peut se limiter au premier ordre, soit :

$$j_{\omega, p}^{(1)}(z, v_c, t) \simeq -\frac{q^2}{m} \varphi_{\omega}^{(1)}(z) F_0(v_c) \exp i(\omega t - k_R z) + \dots$$

En notation réduite on obtient :

$$j_{\omega, p}^{(1)}(z, V_c, t) = +\frac{D}{4} \phi \exp k_I z \exp -V_c \cos(\omega t - k_R z) \quad (2)$$

En fonction de la vitesse, l'expression équivalente s'écrit :

$$j_{\omega, p}^{(1)}(z, U_c, t) = +\frac{D}{4} \phi \exp k_I z \exp -U_c^2 \cos(\omega t - k_R z) \quad (3)$$

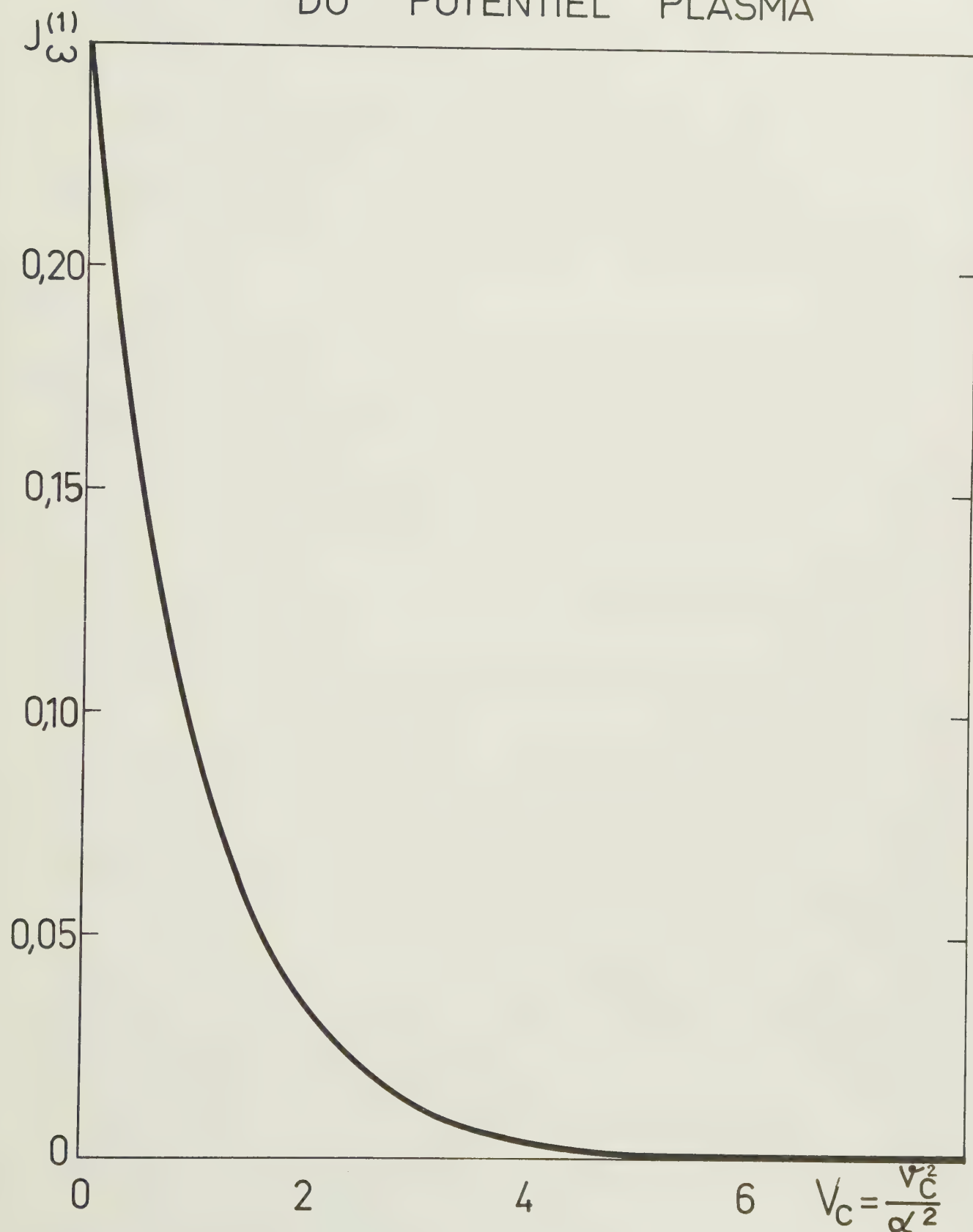
On montre sur la fig. [VI.1] la courbe représentative de (2) pour les mêmes valeurs des paramètres que les courbes précédentes (chapitre II).

VI.3 : COURANT RESULTANT - DISCUSSION

L'expression théorique du courant comparée à l'expérience est la somme algébrique des trois composantes précédemment calculées. Pour les faibles énergies l'amplitude de la composante $j_{\omega, p}^{(1)}$ est plus importante que les autres et le courant total à l'allure de cette composante.

Pour les valeurs intermédiaires de l'énergie ($v \simeq v_{th}$) on prévoit une courbe résultante présentant quelques accidents dus à la solution balistique et à la solution de Landau et dont l'importance relative doit être calculée dans chaque cas d'expérience.

COURANT ELECTRONIQUE $J_{\omega}^{(1)}$
 SOLUTION LIEE AUX OSCILLATIONS
 DU POTENTIEL PLASMA



-FIG.VI.1-

Paramètre : $D \Phi \exp - k_I z = 1$

Enfin, pour les fortes énergies, le courant résultant s'annule comme chacune de ses composantes.

Expérimentalement on mesure $\left| j_{\omega}^{(1)} \right| = f(\nu)$ et $j_{\omega}^{(1)} = f(\nu_c)$ et il n'est généralement pas possible d'isoler les trois composantes.

Cette détermination pourrait toutefois s'effectuer dans deux situations particulières :

- Si l'on considère tout d'abord une onde très fortement amortie, pour des distances $z \gg \frac{1}{k_I}$, seule demeure la solution balistique. La mesure de ce terme a été effectuée dans le cas d'une onde ionique [1, 2, 3]. Pour une onde électronique, la fréquence d'oscillation de cette composante est si rapide que la mesure semble très problématique.
- D'autre part on peut s'affranchir de la troisième composante en corrélant les fluctuations de l'onde à l'électrode d'analyse. Cette opération nécessite une chaîne de mesure de très haute performance qui permettent de superposer à la tension d'analyse une tension fluctuante corrélée en amplitude et en phase avec le potentiel de l'onde. L'étude de l'amortissement spatial du courant résultant permet de différencier les deux autres composantes. Cette méthode toutefois, devient rapidement inutilisable aux fréquences élevées.

VI.4 : RESULTATS EXPERIMENTAUX

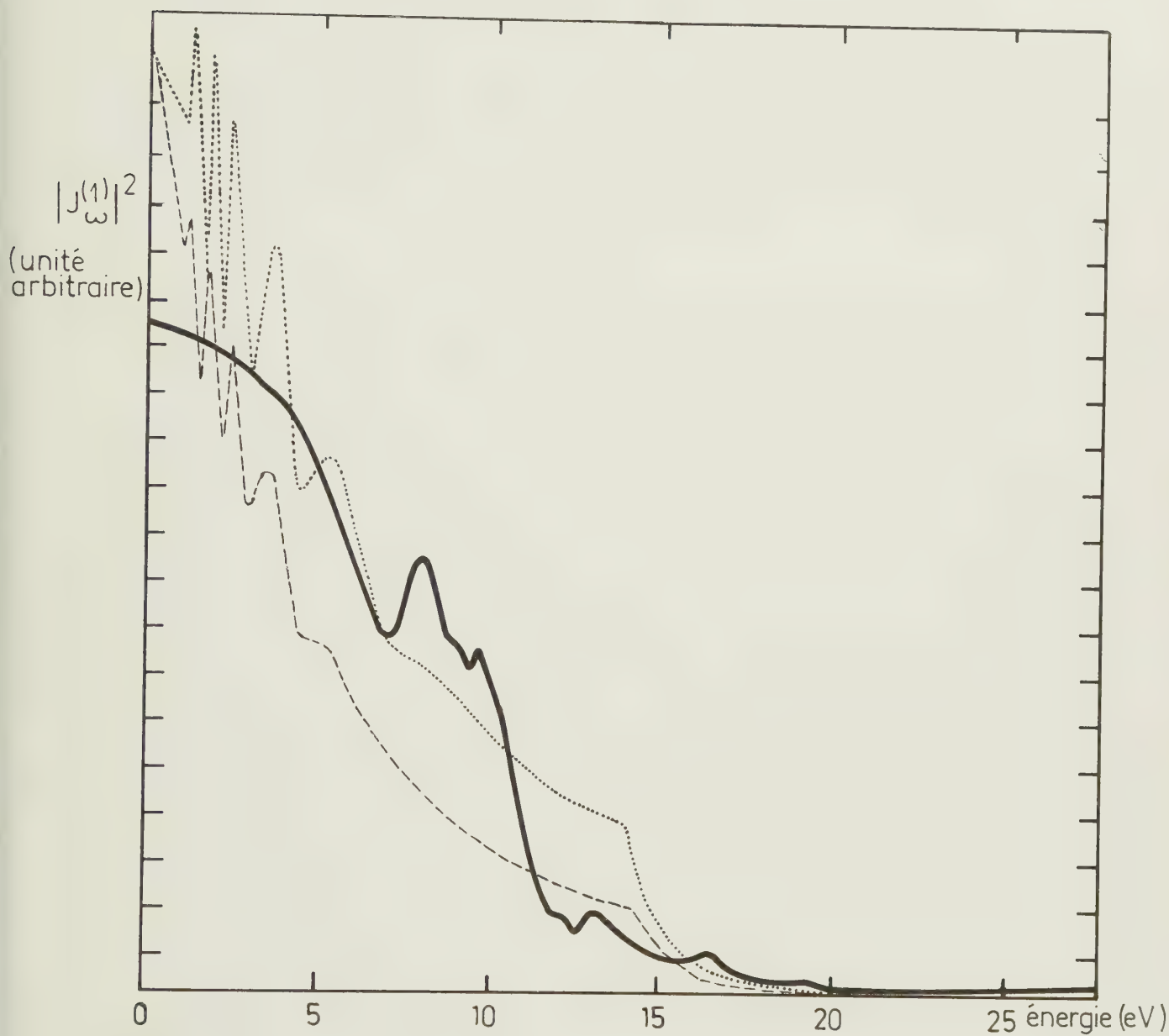
Pour augmenter le rapport signal/bruit on module l'onde excitée et on utilise une technique de détection cohérente.

La courbe expérimentale de la figure [VI.2] représente un signal détecté au moyen d'un cristal ; l'ordonnée correspondante est proportionnelle au carré du module du courant. On a effectué des mesures similaires en utilisant un mélangeur qui fournit un signal proportionnel à $j_{\omega}^{(1)}$. L'allure du signal est conforme aux prévisions théoriques. Elle est représentée par une courbe généralement décroissante qui présente un ou plusieurs accidents au voisinage de la résonance.

Une des difficultés expérimentales de la mesure du courant a consisté à se débarrasser du signal électromagnétique, très fort aux fréquences élevées. Cette difficulté a été résolue et sur la figure [VI.2] on constate que ce terme, représenté par la valeur résiduelle du courant aux hautes énergies, est négligeable.

Bien que l'isolement des différentes composantes n'ait pas été obtenu expérimentalement on a pu effectuer la composition des trois composantes théoriques et comparer le résultat aux données expérimentales. On reporte sur la figure [VI.2] les courbes théoriques évaluées dans les deux cas limites $\Lambda = 1$ (l'onde se propage à l'intérieur de l'analyseur) et $\Lambda = 0$ l'onde est totalement absorbée par la première électrode.

ANALYSE DU COURANT HF. $J_{\omega}^{(1)}$
 ASSOCIE A UNE ONDE "PLASMA ELECTRONIQUE"



-FIG. VI.2

Paramètres expérimentaux
 Plasma d'argon $n_0 = 1,9 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $T_e \approx 2 \text{ eV}$
 $F = 60 \text{ MHz}$ $P_F = 2,5 \text{ mW}$ $L = 17 \text{ cm}$

— courbe expérimentale
 courbe théorique $J_{\omega,b}^{(1)} + J_{\omega,L}^{(1)}$
 - - - courbe théorique $J_{\omega,b}^{(1)} + J_{\omega,L}^{(1)} + J_{\omega,p}^{(1)}$

L'amplitude du courant n'étant connue qu'en valeur relative les deux courbes théoriques ont été normalisées à la courbe expérimentale. On constate que seules les allures générales sont comparables. Une assez large incertitude entre ces courbes fait que cette mesure ne permet pas d'analyser les différentes composantes de la distribution perturbée

VI.5 : CONCLUSION

Cette étude montre qu'une mesure directe du courant $j_{\omega}^{(1)}$ et de la fonction de distribution perturbée $F_{\omega}^{(1)}$ est très délicate, voire impossible, dans le cas d'une onde "plasma électronique" de fréquence élevée. Cette détermination va être déduite indirectement, dans les chapitre suivants, de l'étude de processus physiques non linéaires dont ils sont la cause.

V.6 : BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. GRESILLON
Thèse de Doctorat, Falculté des Sciences de Paris, (1970)
- [2] D. GRESILLON - R. LEYSSENS et P. MILLS
Rapp. P. M. I. 455 (Laboratoire de Physique des milieux Ionisés, Ecole
Polytechnique Paris) (1970)
- [3] H. IKEZI et R. J. TAYLOR
Phys. Rev. Letters, 22, 923 (1969)

CHAPITRE VII

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DEFORMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION

VII.1 : INTRODUCTION

L'étude de la solution de Landau, développée au second ordre (chapitre III) a permis de prévoir une déformation de la fonction de distribution liée à la propagation d'ondes "plasma électronique". Dans ce chapitre l'étude expérimentale de ce processus est entreprise pour les deux situations étudiées précédemment:

- déformation de la fonction de distribution sous l'action d'une onde monochromatique.
- déformation de la fonction de distribution sous l'action d'un spectre d'ondes.

II.1 : CAS D'UNE ONDE MONOCHROMATIQUE

A. / INTRODUCTION

Dans le but d'étudier l'interaction entre une onde monochromatique et le plasma une onde "plasma électronique" de faible amplitude est excitée en permanence dans la colonne de l'expérience "EOS". Un analyseur d'énergie électrostatique, placé à l'extrémité de la colonne, collecte les particules. A l'aide des techniques décrites au chapitre V, notamment la dérivation électronique et le système de détection cohérente, on peut mesurer expérimentalement le courant cohérent $j_o^{(2)}(z, v_c)$, la déformation de la fonction de distribution $f_o^{(2)}(z, v)$ et la fonction de distribution résultante $f_o = f_o(v) + f_o^{(2)}$. Les résultats de cette étude sont présentés dans les paragraphes qui suivent.

B. / MESURE DU COURANT COHERENT $j_o^{(2)}(z, v_c)$

1 - MESURES :

a - Aspect général

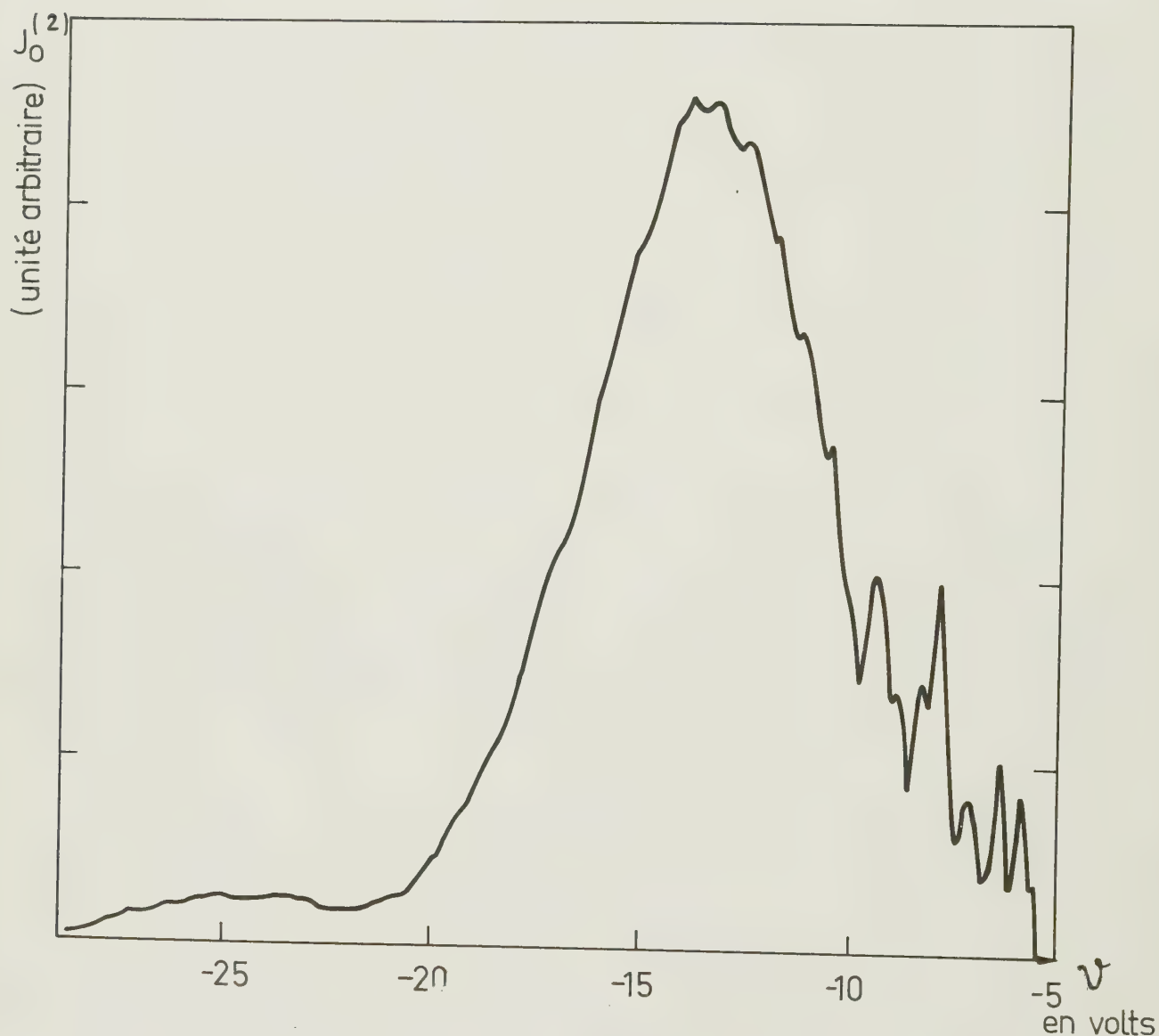
L'onde excitée étant modulée à la fréquence Ω ($\Omega = 10$ ou 100 KHz), un signal de même fréquence, proportionnel au courant $j_o^{(2)}$ est fourni par l'analyseur. Ce signal est mesuré à l'aide d'un détecteur synchrone calé sur la fréquence Ω . L'analyse de ce courant en fonction de l'énergie des électrons s'effectue en variant la tension de polarisation de la grille de l'analyseur.

Les résultats obtenus dans deux cas particuliers fig. [VII et VII 2] montrent que le courant $j_o^{(2)}$ a un comportement résonnant en fonction de l'énergie des électrons. Ce comportement, prévu par la théorie, avait déjà été observé par Malmberg, Jensen et O'Neil. (III 33).

COURANT COHERENT $J_0^{(2)}$ DU A UNE ONDE

"PLASMA ELECTRONIQUE "

COURBE EXPERIMENTALE



-FIG.VII.1 Conditions expérimentales

Plasma d'argon $n_0 = 1,4 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $T_e \simeq 2 \text{ eV}$

$B_0 \simeq 1500 \text{ gauss}$ $\phi = 25 \text{ mV}$ $\phi_b = 70 \text{ mV}$

$F = 120 \text{ MHz}$ $P_F = 7 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ distance : émetteur - analyseur : 50 cm
détection cohérente du courant

COURANT COHÉRENT $J_0^{(2)}$ DÙ A UNE ONDE "PLASMA ÉLECTRONIQUE" AMORTIE

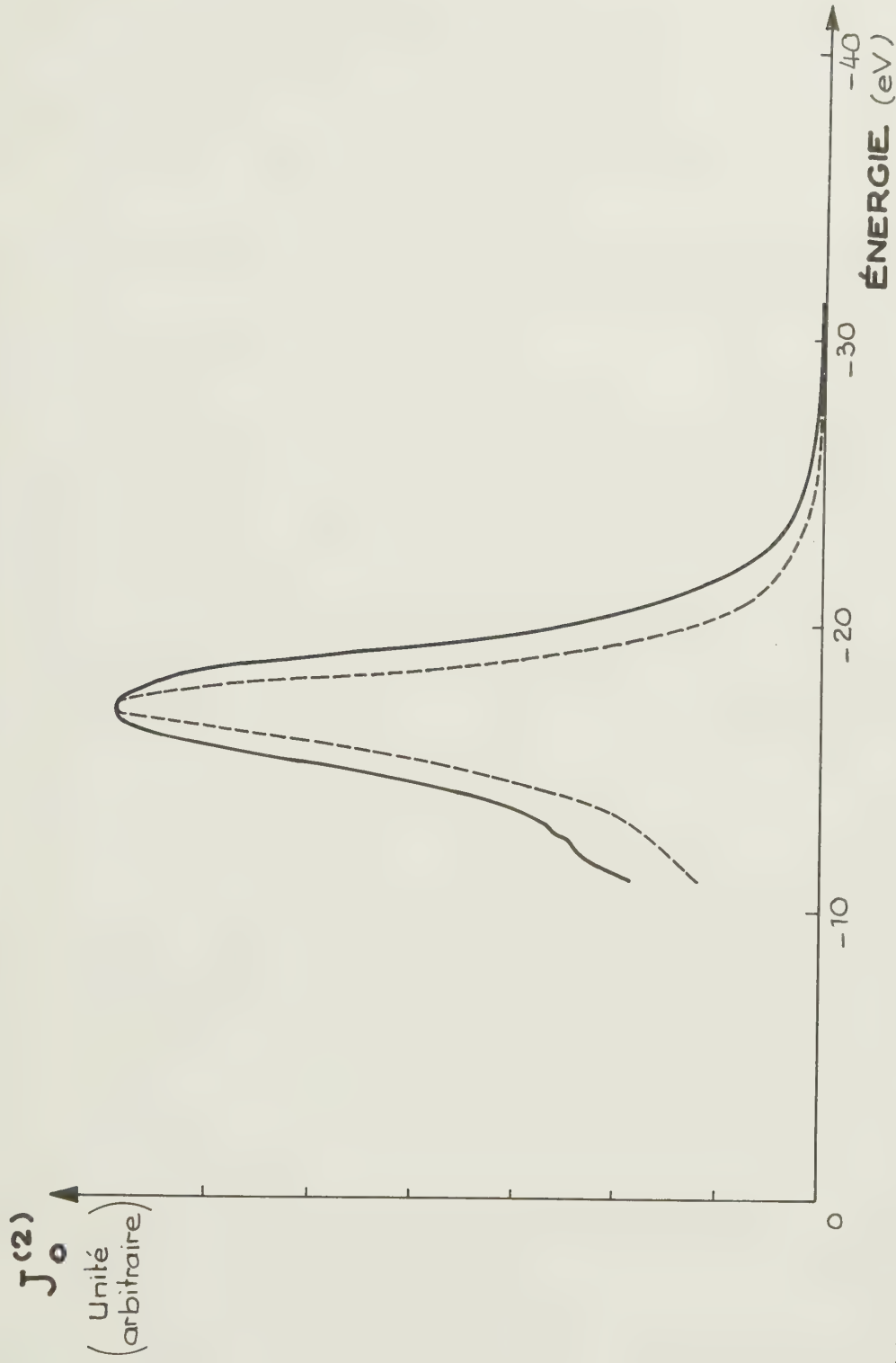


Fig.VII 2. PARAMETRES EXPERIMENTAUX :

Plasma d'argon	$n_0 = 4,0 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$	$T_e \approx 2 \text{ eV}$	$B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
$F = 100 \text{ MHz}$	$P_F \approx 10^{-3} \text{ W}$	$K_R = 2,55 \text{ cm}^{-1}$	$K_I = 0,13 \text{ cm}^{-1}$
$\phi = 30 \text{ mV}$	$\phi_b = 55 \text{ mV}$		
—	courbe expérimentale		
----	courbe théorique		

La détermination du nombre d'onde k_R de l'onde excitée dans le plasma permet de vérifier que la résonance a lieu pour une valeur de la tension de polarisation correspondant à la vitesse de phase de l'onde. La mesure expérimentale de k_I permet de construire, sur la fig. [VII.2] la courbe théorique correspondante à partir de l'équation [III. 11] . Les deux courbes sont normalisées par rapport à leur amplitude maximale. La courbe expérimentale a une largeur plus grande. La différence, égale à un facteur deux environ dans le cas de la figure [VII.2] peut atteindre un facteur trois ou quatre [1] . Le désaccord ne peut pas être imputé aux incertitudes expérimentales. Il en résulte que la théorie précédente n'est qu'une théorie approchée du phénomène et on discutera, à la fin de ce paragraphe, d'une interprétation de cette divergence.

b - Influence de la puissance de l'onde

Sur la figure [VII.3] sont représentées les variations du maximum du courant cohérent en fonction de la puissance d'excitation. Sur une seconde échelle on peut lire les variations correspondantes de l'amplitude de l'onde. L'évolution linéaire observée sur une plage égale à 20 db montre que le courant cohérent varie bien proportionnellement à ϕ^2 . Cependant lorsque la puissance d'excitation atteint une valeur importante, il apparaît une saturation du courant. Après avoir porté sur la même figure la valeur du potentiel de piégeage ϕ_b qui correspond à cette expérience on remarque que la saturation commence au voisinage de cette valeur. Il en résulte que le piégeage est vraisemblablement le phénomène qui succède au phénomène étudié puisque le désaccord de l'un coïncide avec l'apparition du second. Le modèle étudié au chapitre III s'applique ainsi l'ongtemps que $\phi < \frac{1}{2} \phi_b$ et il est encore satisfaisant pour $\phi < \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_b$ qui coïncide avec la formulation introduite dans les hypothèses (si $L_b > 2L$ on négligera l'effet du piégeage).

c - Influence de la distance

L'expression [III.10] montre que la loi de variation du courant cohérent avec la distance est complexe dans le cas général. Toutefois, si l'on considère des ondes faiblement amorties et si on se limite à l'étude des courtes distances, la variation du courant cohérent avec la distance suit sensiblement une loi du type :

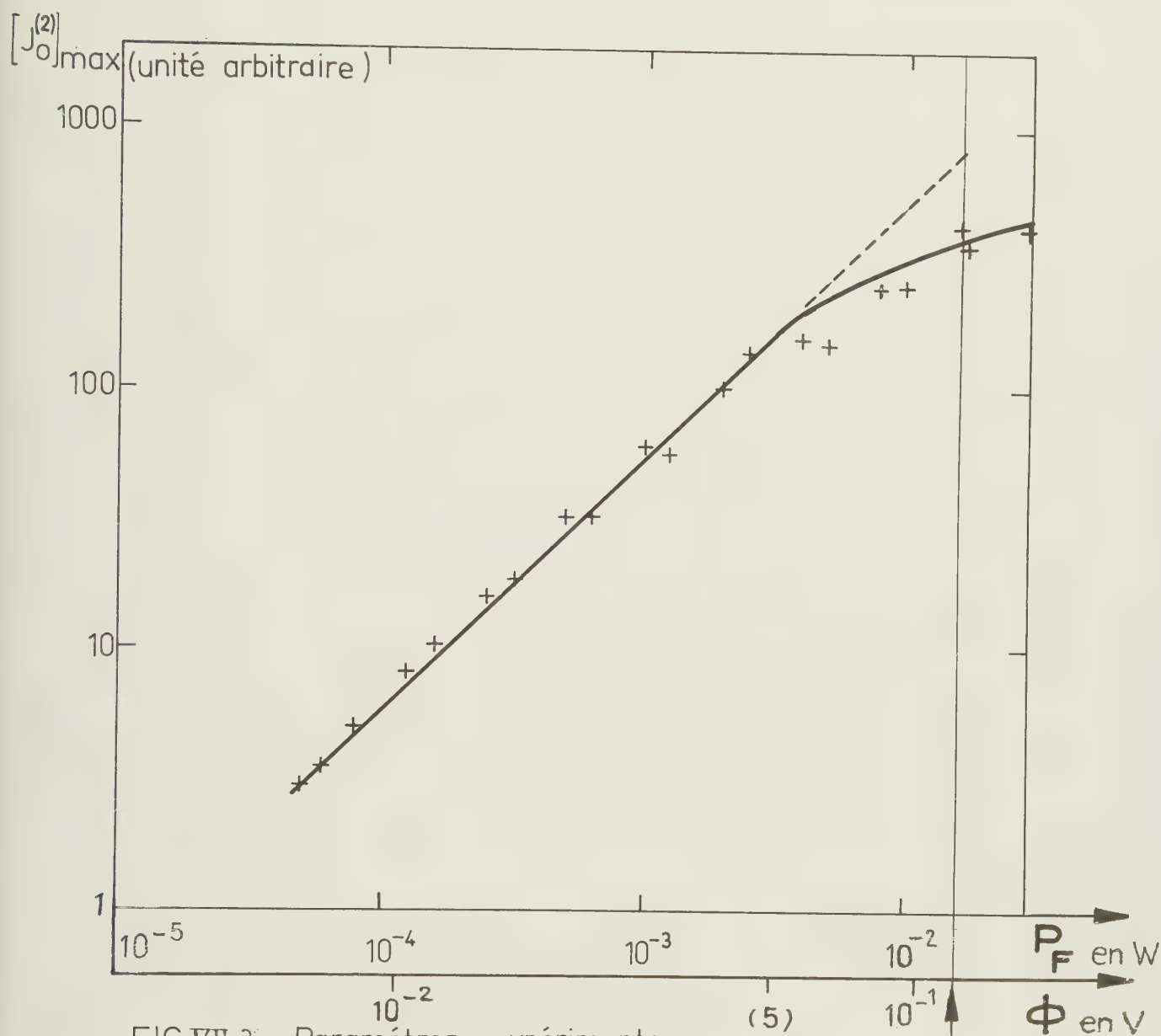
$$j_o^{(2)} \propto -2 k_I z$$

Les résultats d'une expérience sont portés sur la figure [VII.4] . On observe une variation sensiblement linéaire du courant avec la distance, comme le prévoit le modèle. Toutefois la mesure du coefficient d'amortissement k_I , déduite de la pente de la droite, est toujours supérieure tout en demeurant du même ordre de grandeur à la valeur déduite de l'évolution spatiale de l'amplitude de l'onde.

2 - DISCUSSION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

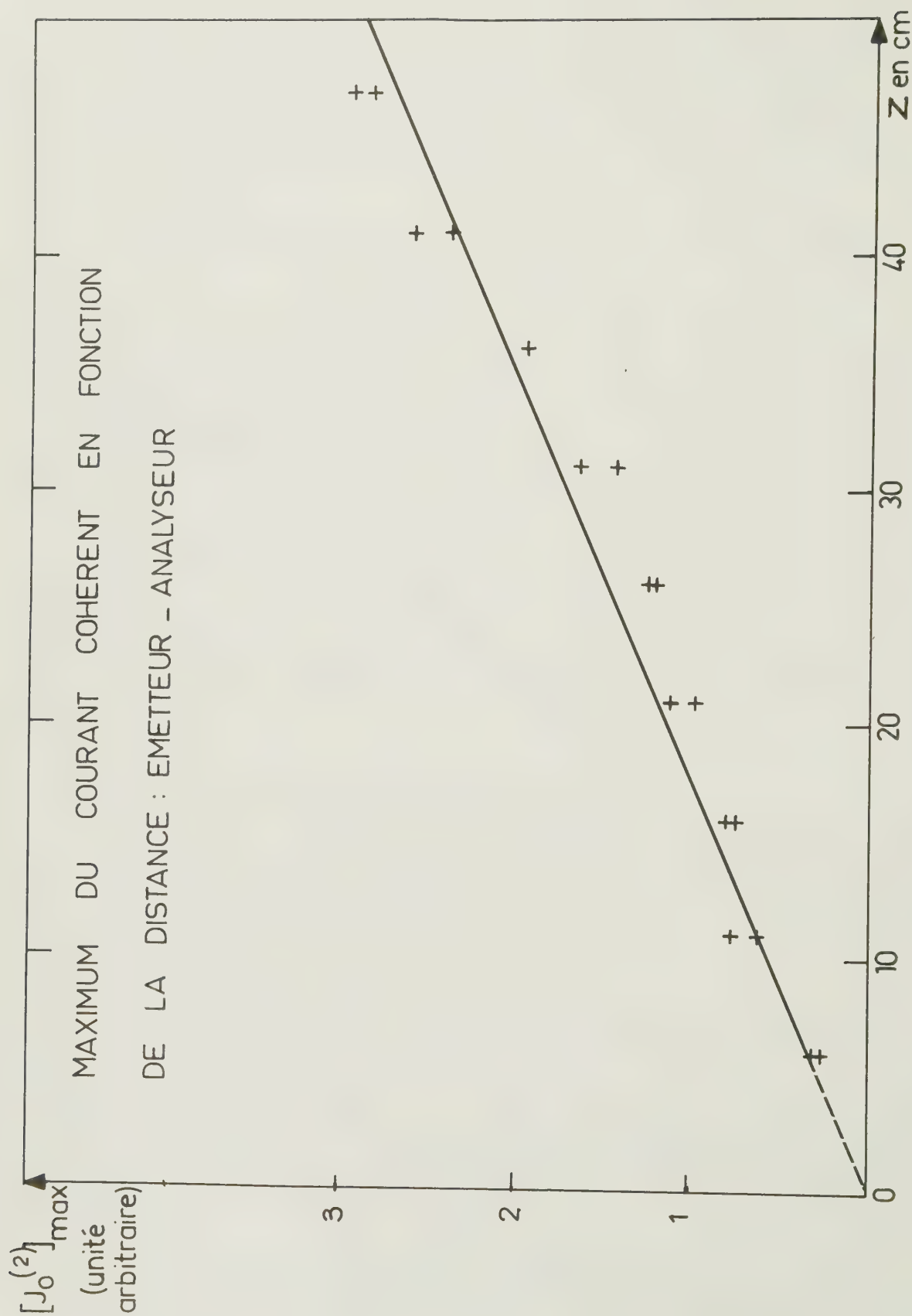
Les différentes observations expérimentales effectuées sur $j_o^{(2)}$ confirment la

MAXIMUM DU COURANT COHERENT $[J_0^{(2)}]_{\max}$
EN FONCTION DE LA PUISSANCE DE L'ONDE



-FIG.VII 3 Paramètres expérimentaux :

plasma d'argon $n_0 = 2,4 \cdot 10^8$ el/cm³. $T_e = 2$ eV $B_0 \approx 1500$ gauss
 $F = 80$ MHz . distance émetteur - analyseur : 50 cm $K_R = 1,85$ cm⁻¹
 Détection cohérente du courant $J_0^{(2)}$ $\phi_b = 120$ mV



-FIG. VII. 4 Conditions expérimentales

plasma d'argon $n_0 = 1,4 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
 $F = 120 \text{ MHz}$ $P_F = 0,8 \text{ mW}$ $\phi = 26 \text{ mV}$ $\phi_i = 70 \text{ mV}$

valeur qualitative du modèle précédemment décrit [III.2]. Toutefois certaines divergences en ce qui concerne les mesures quantitatives incitent à penser que le modèle retenu était trop simplifié et qu'une étude plus précise doit tenir compte des conditions expérimentales effectives.

Le modèle suppose l'existence d'une onde monochromatique. Or dans le cas d'une expérience réelle, cette condition n'est jamais satisfaite. Il existe toujours une dispersion de fréquence ΔF due au manque de stabilité du générateur et à l'existence d'une microturbulence dans le plasma. Il existe également, comme on l'a montré au chapitre V, une dispersion des vecteurs d'ondes dont la largeur relative $\frac{\Delta k_R}{k_R}$ est comprise entre 10 et 20 %. Il en résulte qu'un calcul plus précis doit tenir compte de ces distributions spectrales.

Si l'on admet qu'il n'existe aucune corrélation entre les différentes composantes du spectre on peut estimer assez simplement l'influence de cette dispersion. En effet, dans ces conditions, les calculs précédents restent valables à condition de considérer k_R comme une variable aléatoire. L'équation [II.11] peut s'écrire $j_o^{(2)} = \mathcal{F}(z, v_c, k_R)$ elle devient une fonction aléatoire de k_R . On lui associe une densité de probabilité $g(k_R)$ et $j_o^{(2)}$ s'écrit alors :

$$j_o^{*(2)}(z, v_c) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}(z, v_c, k_R) g(k_R) dk_R \quad (1)$$

Pour une densité de probabilité définie par une fonction de Gauss normalisée,

$$g(k_R) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta k_R} \exp - \left(\frac{k_R - k_{R0}}{\Delta k_R} \right)^2 \quad (2)$$

(1) conduit à :

$$j_o^{*(2)}(z, v_c) = \frac{q^3}{m^2} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta k_R} \phi^2 v_c \left(\frac{dF_0}{dv} \right)_{v=v_c} \int_{-\infty}^{+\infty} (k_R^2 + k_I^2) \left\{ \frac{1}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 + 2 k_R \omega v_c + \omega^2} + \frac{\exp - 2 k_I z - 1}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 - 2 k_R \omega v_c + \omega^2} \right\} \exp - \left(\frac{k_R - k_{R0}}{\Delta k_R} \right)^2 dk_R \quad (3)$$

La solution asymptotique ($z \rightarrow \infty$) pour une distribution maxwellienne est égale à :

$$j_o^{*(2)}(z = \infty, v_c) = - \frac{q^3}{m^2} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta k_R} \frac{4n_0}{\alpha^3} \phi^2 v_c \exp - \frac{v_c^2}{\alpha^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (k_R^2 + k_I^2) \left\{ \frac{1}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 + 2 k_R \omega v_c + \omega^2} - \frac{1}{(k_R^2 + k_I^2) v_c^2 - 2 k_R \omega v_c + \omega^2} \right\} \exp - \left(\frac{k_R - k_{R0}}{\Delta k_R} \right)^2 dk_R$$

Après avoir défini les grandeurs sans dimension :

$$\bar{k}_R = \frac{k_R}{\Delta k_R} \quad \bar{k}_{R0} = \frac{k_{R0}}{\Delta k_R}$$

et obtient :

$$j_o^{*(2)}(z = \infty, U_c) = - \frac{q}{\sqrt{\pi}} C U_c^2 \exp - U_c^2 \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + Q^2) \left\{ \frac{1}{(1 + Q^2) U_c^2 + 2 N U_c + N^2} + \frac{-1}{(1 + Q^2) U_c^2 - 2 N U_c + N^2} \right\} \exp - (\bar{k}_R - \bar{k}_{R0})^2 d\bar{k}_R \quad (4)$$

En fonction de l'énergie normalisée cette expression devient :

$$j_o^{*(2)}(z=\infty, V_c) = -\frac{q}{\sqrt{1}} C V_c \exp - V_c \int_{-\infty}^{+\infty} (1+Q^2) \left\{ \frac{1}{(1+Q^2)V_c + 2N\sqrt{V_c} + N^2} + \frac{-1}{(1+Q^2)V_c - 2N\sqrt{V_c} + N^2} \right\} \exp - (\bar{k}_R - \bar{k}_{R_0}) d\bar{k}_R \quad (5)$$

On fait une étude numérique de ces expressions en se limitant au cas des distributions de faible largeur. Dans ces conditions en effet on peut admettre que k_I demeure constant.

Sur la fig. VII.5 on présente les résultats de l'analyse d'un cas particulier. Comme le laissait prévoir le calcul on constate que $j_o^{*(2)}(z=\infty, V_c)$ a la forme d'une courbe de résonance qui présente un élargissement par rapport au cas de l'onde monochromatique. Cette largeur croît avec le rapport $\frac{\Delta k_R}{k_R}$. Pour les valeurs grandes de ce rapport il s'ensuit également un déplacement du maximum vers les faibles énergies.

Dans ces conditions on peut superposer à l'enregistrement expérimental, la courbe théorique qui correspond à l'interaction d'un onde monochromatique et la courbe théorique, optimisée par rapport au paramètre $\frac{\Delta k_R}{k_R}$ qui tient compte de la présence d'un spectre d'ondes. Sur la figure VII.6 on a repris l'exemple présenté fig. [VII.2] et, en choisissant une largeur spectrale $\frac{\Delta k_R}{k_R} = 9\%$, on obtient une courbe qui diffère assez peu de la courbe expérimentale. Une conclusion analogue peut être obtenue dans chaque cas expérimental et elle conduit toujours à une largeur spectrale $\frac{\Delta k_R}{k_R}$ comprise entre 10 % et 15 %. On note que cette largeur est compatible avec les mesures déduites (chapitre V) de l'étude de la perte d'amplitude du signal d'intercorrélation ce qui contribue à la justification de cette interprétation.

C./ MESURE DE LA DEFORMATION DE LA DISTRIBUTION $f_o^{(2)}$

En effectuant une dérivation par rapport à l'énergie des courbes représentatives de $j_o^{(2)}$ on obtient une quantité proportionnelle à $f_o^{(2)}$. Les deux mesures peuvent être effectuée simultanément. Ainsi que la fig. [VII.7] on présente à la fois le courant cohérent $j_o^{(2)}$ et la déformation de la fonction de distribution associée $f_o^{(2)}$.

La courbe représentative de $f_o^{(2)}$ montre, qu'après l'interaction, il y a augmentation du nombre de particules ayant une vitesse supérieure à la vitesse de phase de l'onde et diminution du nombre des particules lentes. Il est toutefois inutile de faire une étude des variations de $f_o^{(2)}$ avec les principaux paramètres ($\frac{\omega}{k_R}$, k_I , ϕ , z). En effet les conclusions, déduites de l'étude de $j_o^{(2)}$, se transposent directement sur sa dérivée $f_o^{(2)}$.

MODIFICATION DU COURANT DUE A UN SPECTRE
D'ONDES " PLASMA ELECTRONIQUE "
EVOLUTION EN FONCTION DE LA LARGEUR
SPECTRALE $\frac{\Delta K_R}{K_R}$

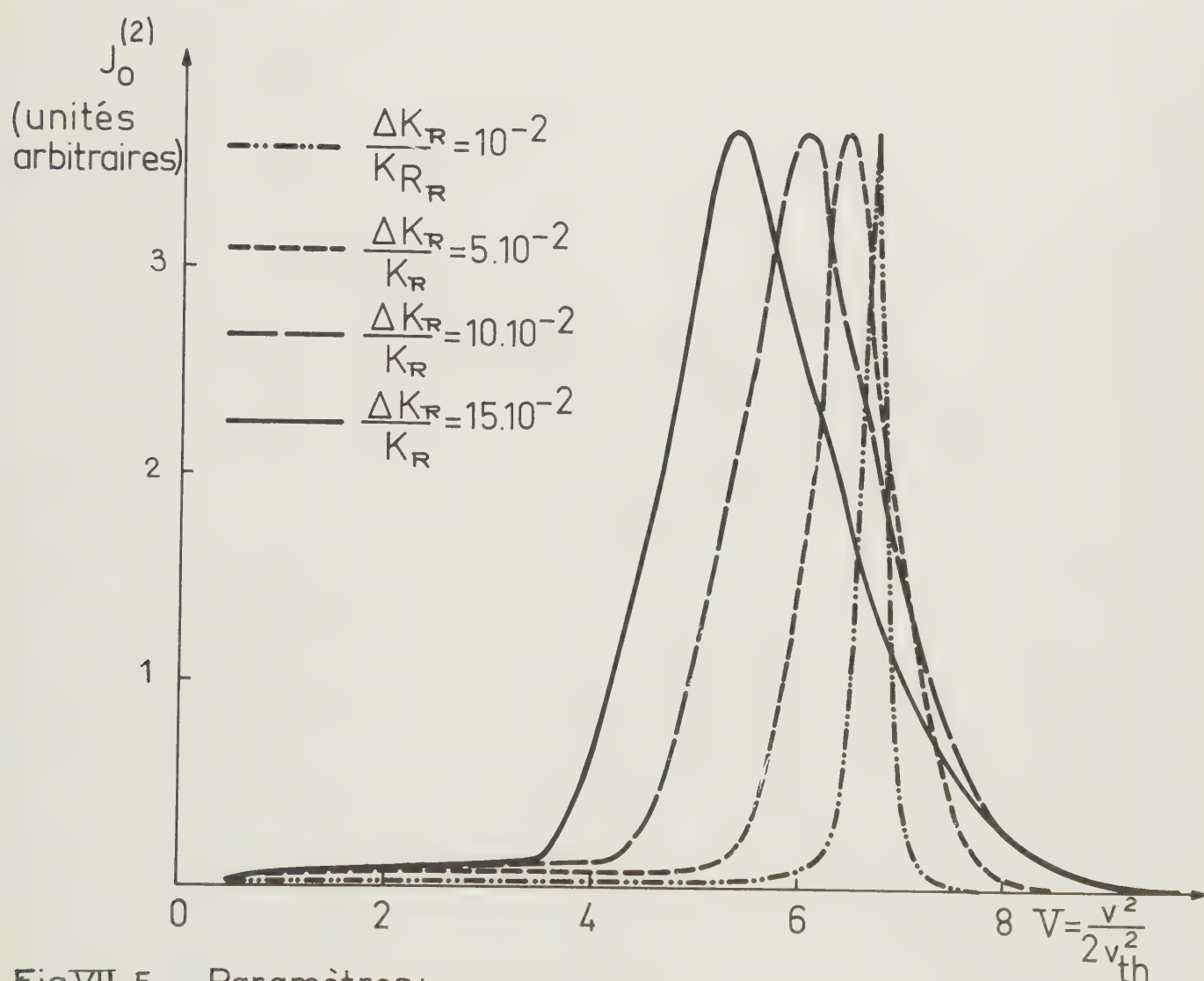


Fig VII.5 Paramètres:

$F = 80 \text{ MHz}$ $K_R = 1,63 \text{ cm}^{-1}$ $K_I = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
 $v_{th} = 0,84 \cdot 10^8 \text{ cm/s}$ $\frac{\Delta K_R}{K_R}$ variable

COURANT COHÉRENT $J_0^{(2)}$ DÛ A UN SPECTRE D'ONDES "PLASMA ÉLECTRONIQUE"

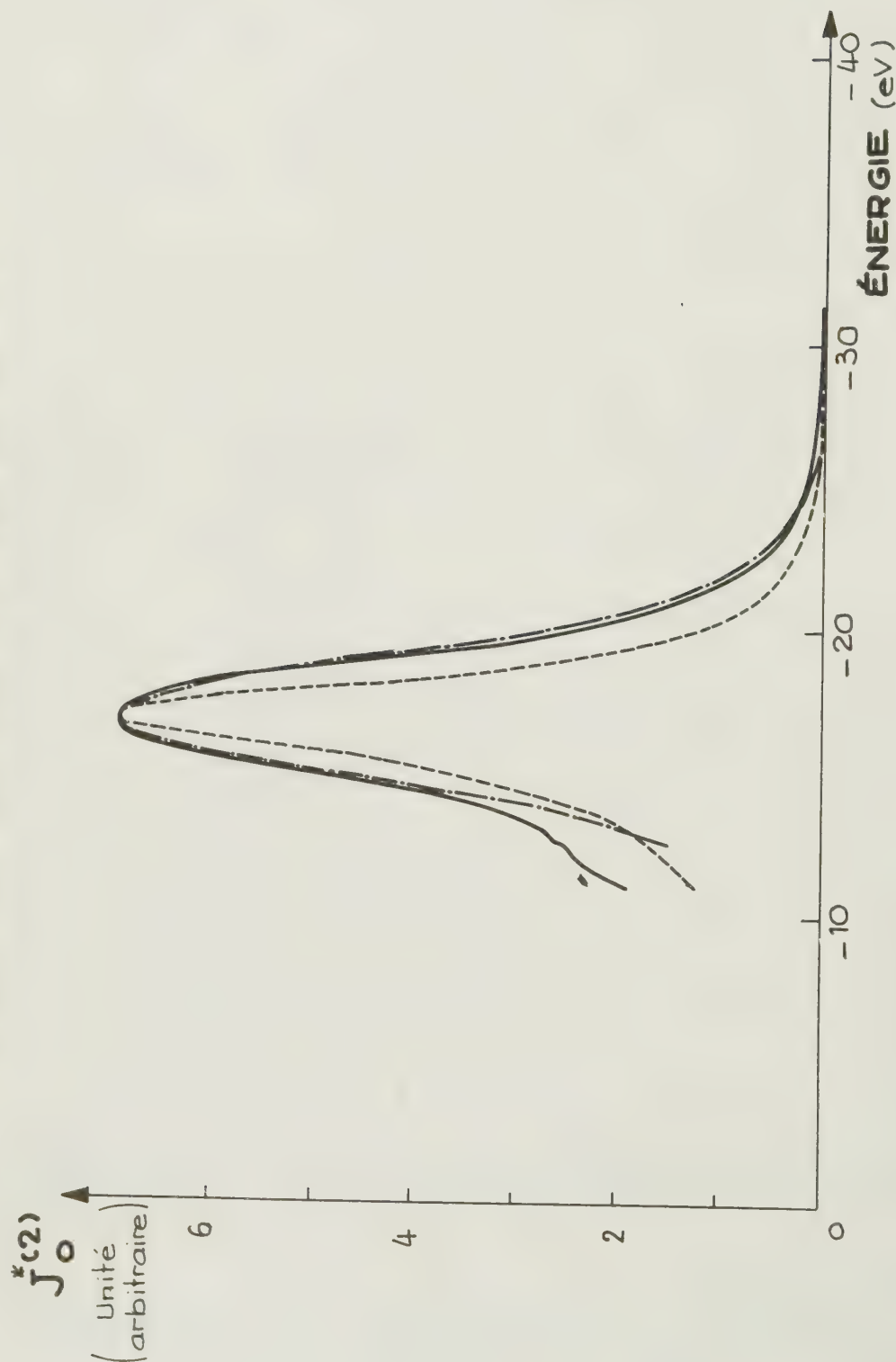


Fig VII.6 PARAMETRES EXPERIMENTAUX :

Plasma d'argon $n_0 = 4,0 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $T_e \approx 2 \text{ eV}$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
 $F = 100 \pm 0,3 \text{ MHz}$ $K_R = 2,55 \text{ cm}^{-1}$ $K_I = 0,13 \text{ cm}^{-1}$ $\frac{\Delta K_R}{K_R} = 9\%$

- Courbe expérimentale
- - - Courbe théorique (onde monochromatique)
- · - Courbe théorique (modèle quasi-linéaire)

Fig VII-7 COURANT COHÉRENT $J_o^{(2)}$ ET FONCTION DE
DISTRIBUTION COHÉRENTE $f_o^{(2)}$ ASSOCIÉE



CONDITIONS EXPÉRIMENTALES :

Plasma d'argon $n_o = 2,0 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$
 $B_o \approx 1500 \text{ gauss}$ $F = 80 \text{ MHz}$
 $P_F = 0,7 \text{ mW}$ $\phi = 26 \text{ mV}$
 Détection cohérente du courant

$T_e = 2 \text{ eV}$
 $K_R = 2,2 \text{ cm}^{-1}$
 $\phi_b = 60 \text{ mV}$

D. / MESURE DE LA DISTRIBUTION RESULTANTE $f_o = F_o + f_o^{(2)}$

1 - MESURES EXPERIMENTALES

La mesure s'effectue en dérivant le courant collecté par l'analyseur par rapport à la tension d'analyse. On étudie successivement l'influence de la longueur d'interaction et l'influence de l'amplitude de l'onde sur le profil de la fonction f_o .

a - Influence de la distance

Deux exemples montrent l'évolution de la fonction de distribution avec la distance. La longueur caractéristique d'évolution du phénomène est grande. Pour observer plus facilement la déformation on réduit cette longueur en augmentant l'amplitude de l'onde, tout en restant dans le cadre des hypothèses. Par exemple sur la figure [VII.8] l'interaction concerne une onde d'amplitude $\phi = 140$ mV alors que le potentiel de piégeage est égal à 180 mv.

Comme le laissait prévoir le modèle théorique une modification de la fonction de distribution apparaît au voisinage de la vitesse de phase de l'onde. Cette variation correspond à une augmentation du nombre des particules rapides et à une diminution du nombre des particules lentes. Le phénomène s'accroît au fur et à mesure que la distance séparant l'émetteur et l'analyseur croît. Il en résulte que la pente de la fonction de distribution diminue et sur la figure [VII.8] notamment elle s'annule même sensiblement pour $z = 50$ cm. On remarque que cette distance coïncide avec l'estimation de $\eta_{Res} = 1$ (expression III.9) qui conduit à une longueur caractéristique égale à 60 cm.

On note sur cette même figure un phénomène nouveau qui consiste en une diminution du nombre des particules très lentes. En existant une onde de plus forte amplitude, supérieure au potentiel plasma fig. [VII.9] on voit très nettement ce second effet se développer en même temps que l'interaction au voisinage de la résonance. Ici encore, il faudrait faire appel au mécanisme de piégeage pour rendre compte de la diminution du nombre des particules de faible énergie. Cet effet coïncide avec l'apparition du mécanisme de piégeage comme il est défini dans nos hypothèses $\left[\phi_{seuil} \simeq \frac{\phi_b}{\sqrt{2}} \right]$, son observation renseigne sur l'amplitude maximum de l'onde que l'on doit exciter pour demeurer cohérent avec le modèle théorique du chapitre III.

b - Influence de la puissance :

En laissant constant la distance entre l'émetteur et l'analyseur on étudie l'évolution de la fonction de distribution résultante en fonction de la puissance de l'onde. On observe une déformation assez semblable à celle présentée sur la fig. [VII.8] mais, si on fait croître l'amplitude de l'onde, tout en demeurant dans les conditions satisfaisant l'hypothèse ($\phi < \frac{\phi_b}{\sqrt{2}}$: piégeage), il apparaît une solution

- ÉVOLUTION DE LA DÉFORMATION DE LA FONCTION DE
DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE DES ÉLECTRONS EN FONC-
TION DE LA DISTANCE ÉMETTEUR - ANALYSEUR (Z)

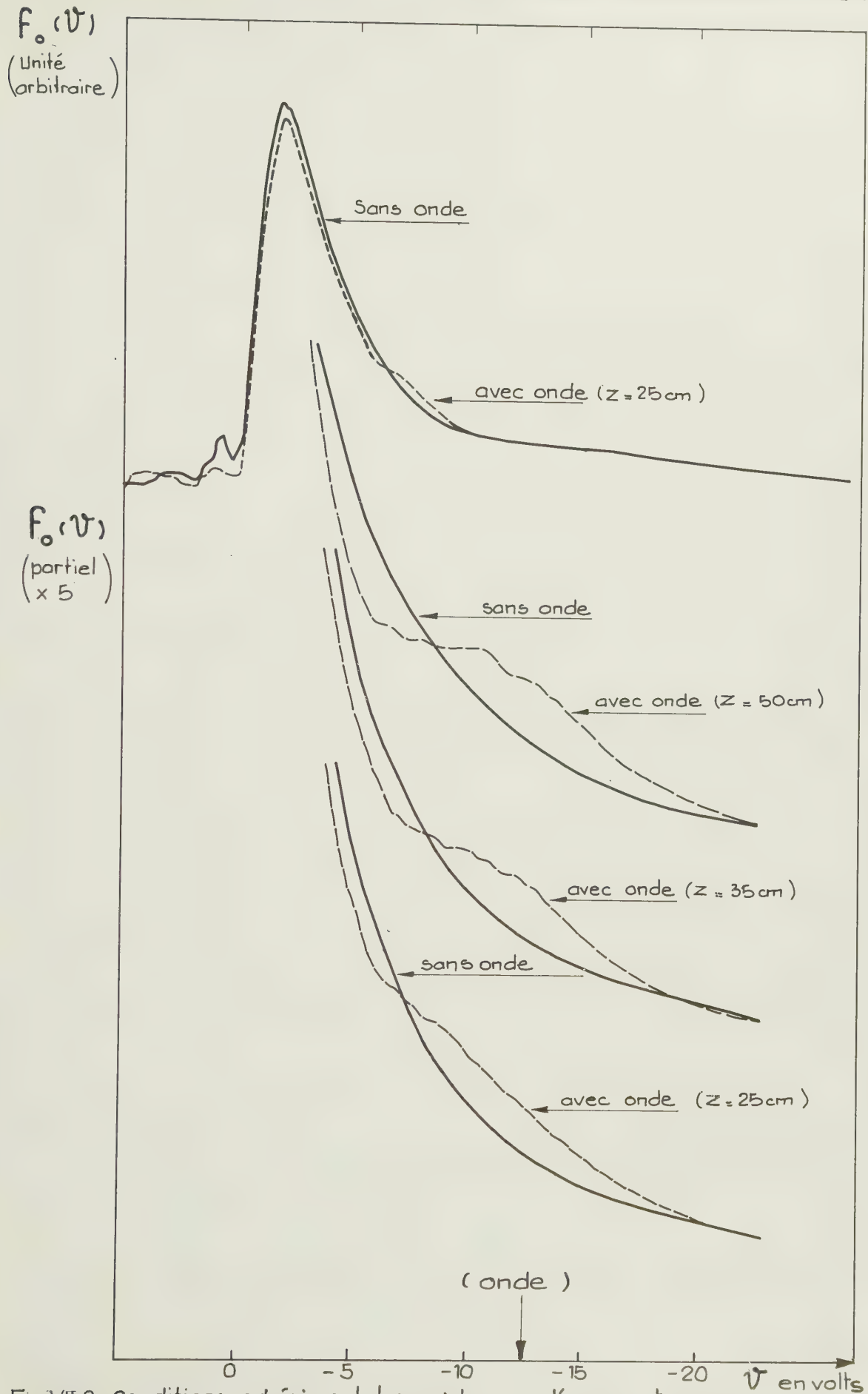


Fig VII 8 Conditions expérimentales: plasma d'argon $\Phi_b = 180$ mV
 $n_0 = 1,4 \cdot 10^8$ el/cm³ $B_0 \approx 1500$ gauss $F = 70$ MHz $P_F = 25$ mW $\phi = 140$ mV

FONCTION DE DISTRIBUTION DES ENERGIES
ELECTRONIQUES EN FONCTION DE LA
DISTANCE ENTRE L'EMETTEUR ET L'ANALYSEUR.

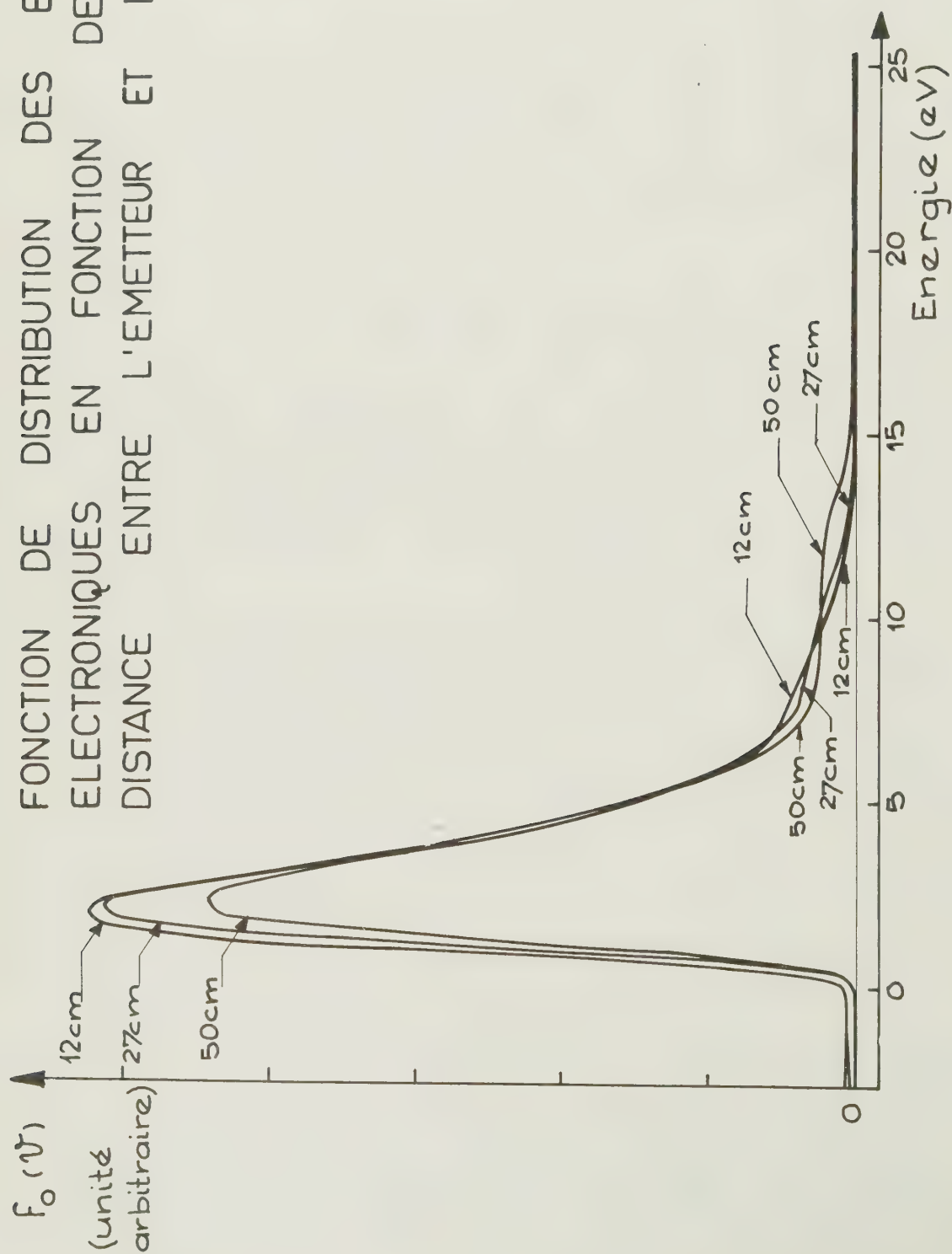


Fig VII.9 Paramètres expérimentaux: plasma d'argon
 $n_0 = 4,0 \cdot 10^8 \text{ al/cm}^3$ $T_e \approx 2 \text{ eV}$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
 $F = 120 \text{ MHz}$ $P_F = 60 \text{ mW}$ $Z \text{ variable}$
 $\phi = 240 \text{ mV}$ $\phi_b = 140 \text{ mV}$

asymptotique qui correspond à l'apparition d'un plateau fig. [VII.10] . Bien qu'il soit très difficile d'évaluer les limites de ce plateau, notamment du côté des grandes énergies, on note que sa largeur est sensiblement constante et indépendante de la puissance de l'onde, aussi longtemps que $\phi < \frac{\phi}{\sqrt{2}}$. On vérifie qu'il s'agit d'une solution asymptotique en analysant l'amortissement de l'onde correspondante fig. [VII.11] . Aussi longtemps que l'interaction est faible, l'onde décroît suivant l'amortissement Landau. Si l'on fait croître l'amplitude de l'onde, tout en demeurant dans le cadre de nos hypothèses, l'amortissement diminue avec la distance et il s'annule sensiblement au-delà d'une position qui coïncide avec l'apparition du plateau. Au-delà de cette position l'interaction devient sensiblement nulle.

c - Remarque

On rapporte maintenant quelques observations qui concernent le cas d'une onde de grande amplitude qui ne satisfait plus aux hypothèses du calcul ($\phi > \phi_b$) [2, 3] . Pour une distance suffisante il apparaît une solution asymptotique fig. [VII.9] , caractérisée par la présence d'un large plateau sur la fonction de distribution. La largeur du plateau croît avec l'amplitude de l'onde.

L'interprétation de ce phénomène qui sort du cadre de nos hypothèses ne sera pas entreprise dans ce mémoire. Elle fait appel au mécanisme de piégeage et à la théorie quasi-linéaire.

E. / CONCLUSION

Compte tenu de quelques corrections liées aux caractéristiques propres de l'expérience, les résultats expérimentaux qui viennent d'être présentés ont confirmé la validité du modèle théorique développé au chapitre III. On rappelle les conclusions de cette étude :

L'interaction entre une onde monochromatique et un plasma conduit à la déformation de la fonction de distribution au voisinage de la résonance . Pour une onde de faible amplitude, cette déformation est proportionnelle à la puissance de l'onde, elle varie avec la distance comme $(\exp - 2k_{\perp}z - 1)$ et sa largeur est de l'ordre de $k_{\perp}$. L'interaction peut conduire à l'apparition d'une solution asymptotique caractérisée à la fois par l'apparition d'un plateau sur la fonction de distribution et par l'annulation du coefficient d'amortissement de Landau.

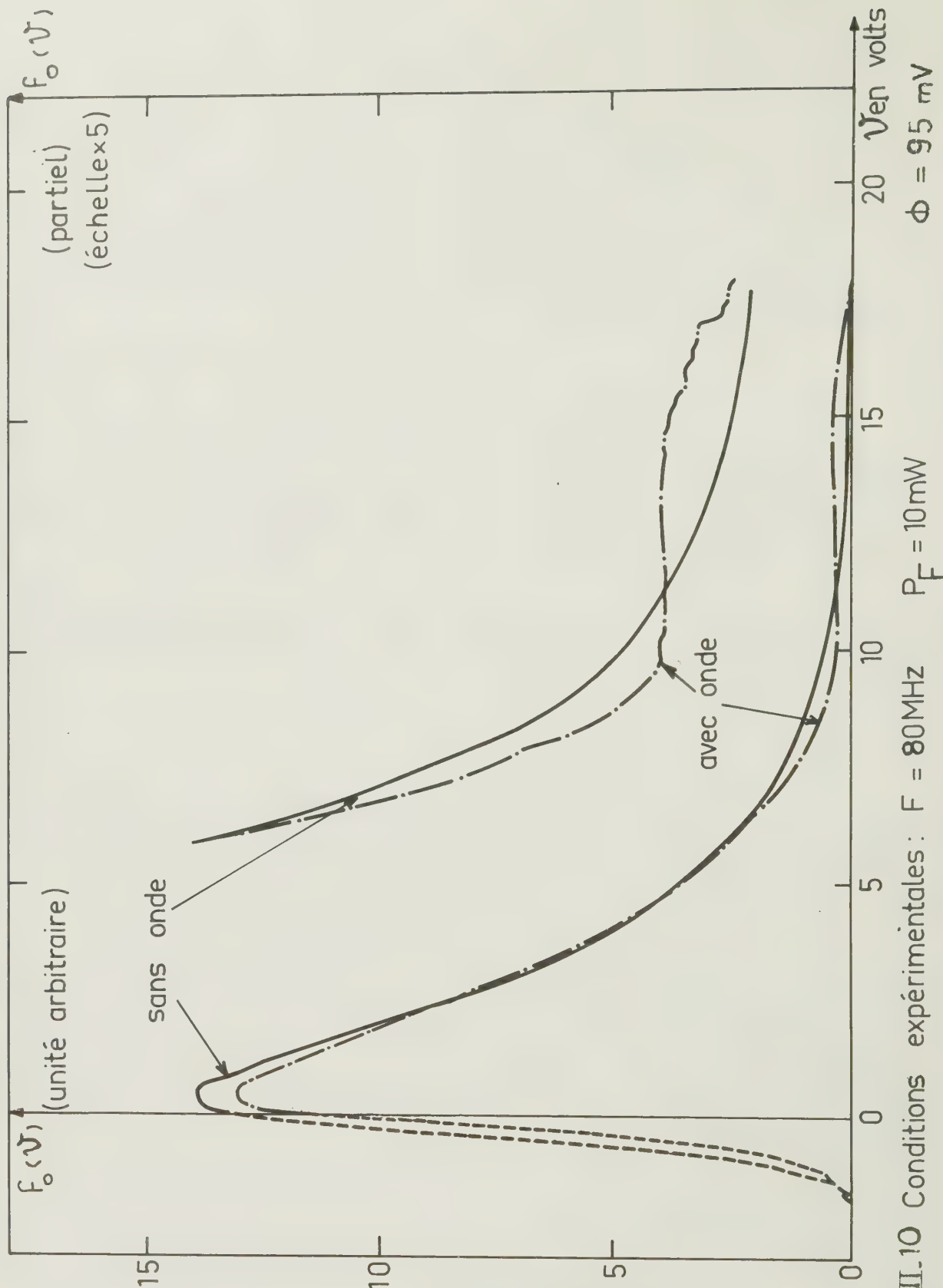
VII.3 : CAS D'UN SPECTRE DE BRUIT

A. / CONDITIONS DE L'EXPERIENCE

L'étude expérimentale de l'interaction entre un spectre d'ondes et le plasma est entreprise avec

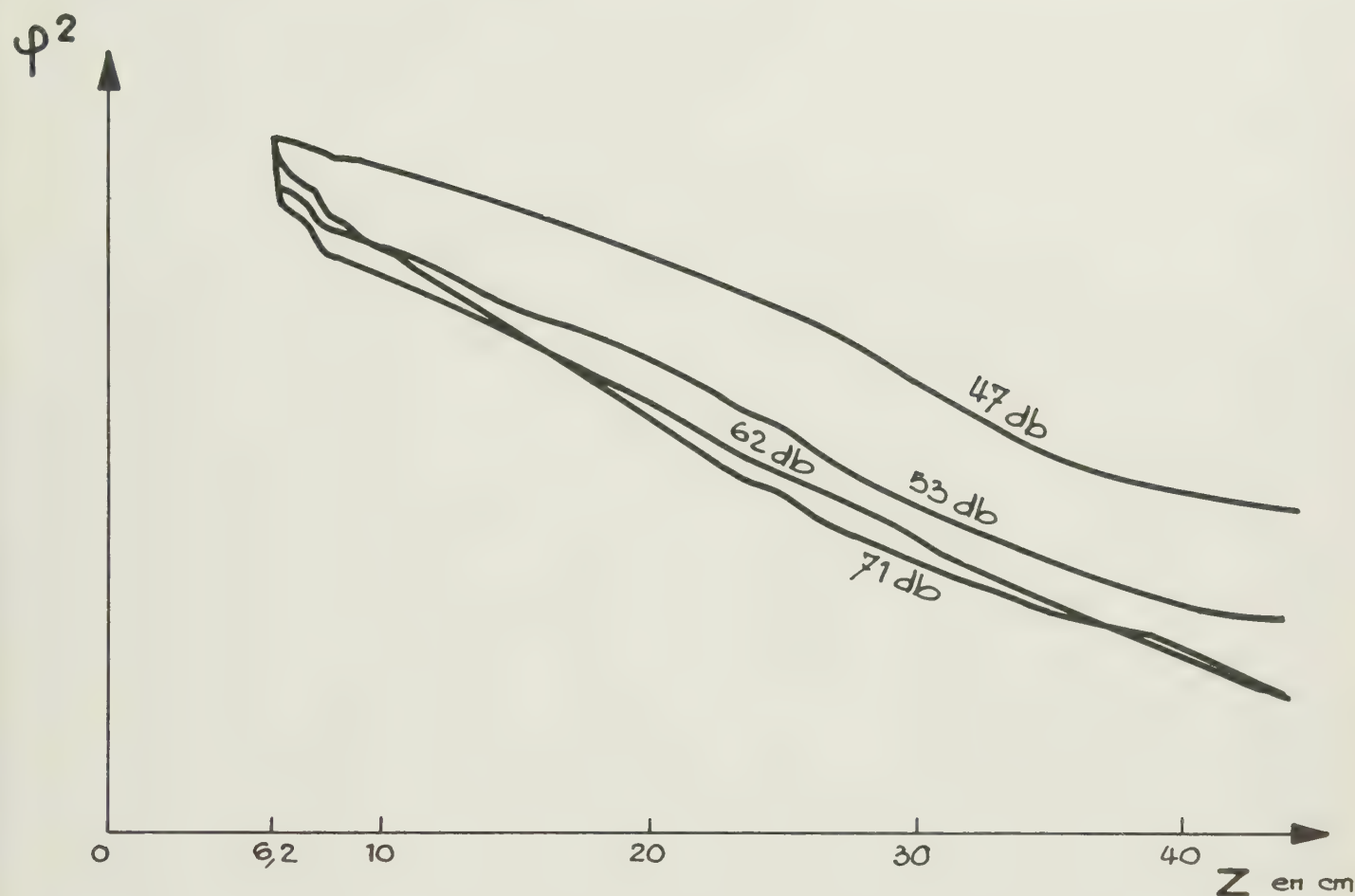
INTERACTION ONDE - PARTICULE

MODIFICATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE DES ÉLECTRONS
D'UN PLASMA SOUS L'INFLUENCE D'UNE ONDE PLASMA - ÉLECTRONIQUE



plasma d'argon -

Fig.VII.11 — VARIATION DE L'AMORTISSEMENT D'UNE ONDE * PLASMA ELECTRONIQUE * EN FONCTION DE LA PUISSANCE DE L'ONDE



ϕ^2 : amplitude de l'onde au carré (Unité arbitraire)

Z : distance entre la sonde émettrice et la sonde réceptrice

CONDITIONS EXPÉRIMENTALES:

Plasma d'argon $n_0 = 2,0. 10^8 \text{ el/cm}^3$ $T_e \approx 2 \text{ eV}$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
 Onde : $F = 80 \text{ MHz}$ $K_R \approx 2,2 \text{ cm}^{-1}$ $P_F = 10 \text{ w. - } \pi \text{ db}$
 Détection cohérente

on en déduit :

ϕ_b	φ en mV	$P_F = 10 \text{ w. - } \pi \text{ db}$	K_R en cm^{-1}	K_I en cm^{-1}
60 mV	0,9	71 db	2,17	$\approx 0,026$
	2,5	62 db	2,17	0,026
	7	53 db	2,17	0,0225
	14	47 db	2,17	0,016

FONCTION DE DISTRIBUTION DE L'ENERGIE DUE A UNE ONDE "PLASMA ELECTRONIQUE" DE PUISSANCE VARIABLE -

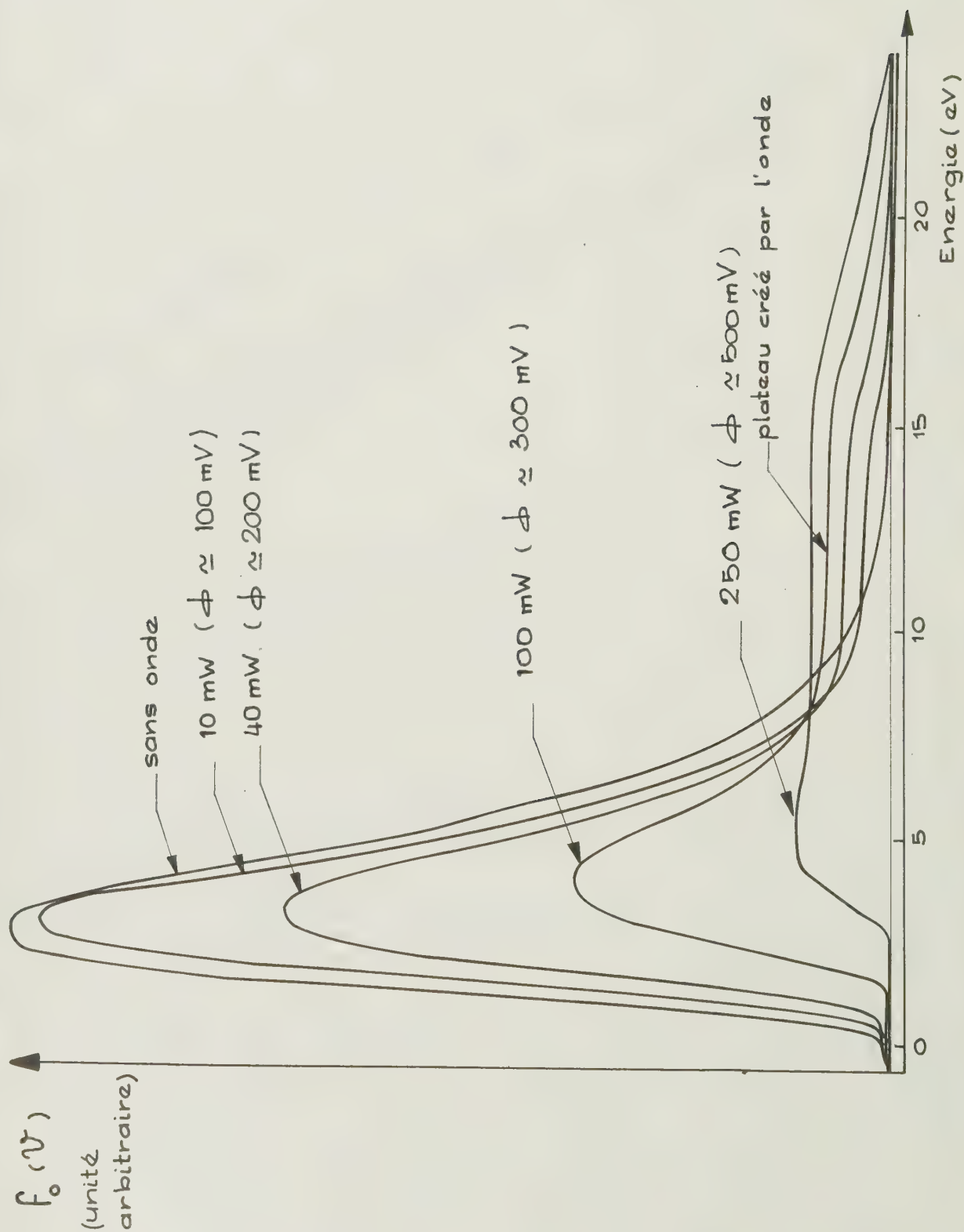


Fig.VII.12 Paramètres expérimentaux plasma d'argon
 $n_0 = 4,0 \cdot 10^8$ el/cm³ $T_e \approx 2$ eV $B_0 \approx 1500$ gauss

les mêmes techniques expérimentales que celle utilisées pour étudier l'interaction d'une onde monochromatique. L'antenne est reliée à un générateur de bruit. Un jeu de filtres passe-bande de largeur variable $\frac{\Delta F}{F} = 1\%, 5\%, 10\%$ disposés en série ou en parallèle, permet de faire varier la dispersion spectrale du bruit. Les fréquences centrales considérées sont toujours comprises entre les limites $\frac{F_P}{3}$ et F_P . Pour une fréquence plus élevée que F_P la largeur spectrale maximum dont on dispose ($\frac{\Delta F}{F} = 25\%$) ne permet pas d'observer une modification suffisante de la fonction de distribution pour des niveaux de bruit compatibles avec les conditions de validité de la théorie. Pour les fréquences plus faibles que $F \simeq \frac{F_P}{3}$ environ la longueur d'interaction est trop courte pour observer une déformation notable.

B. / ETUDE EXPERIMENTALE

Dans ces conditions, en faisant croître le bruit à partir d'un niveau nul, on observe tout d'abord une déformation de la fonction de distribution dans une zone qui coïncide sensiblement avec la résonance. Pour une puissance de bruit trop faible on obtient une solution finale qui correspond à une pente négative, plus faible que la pente initiale, mais qui n'est cependant pas nulle. Les ondes sont alors totalement absorbées par le milieu et la fonction de distribution se stabilise à cette nouvelle valeur. Si on fait croître l'amplitude du bruit, on observe la formation d'un plateau. Sur la fig. [VII.13] on présente le résultat obtenu dans un cas particulier. Le spectre de bruit injecté à une largeur $\frac{\Delta F}{F}$ voisine de 20 %. Au-delà d'une distance égale à $z = 50$ cm, il apparaît un plateau sur la fonction de distribution. On détermine les vitesses de phase V_1 et V_2 qui correspondent aux ondes de fréquences F_1 et F_2 qui constituent les extrêmes du spectre de bruit. En utilisant un filtre passe-bande très étroit on mesure les vecteurs d'ondes "monochromatiques" $k_{R,1,2}$ à ces mêmes fréquences ou on les déduit de la relation de dispersion linéaire. Exprimées en fonction de l'énergie correspondante ces quantités coïncident convenablement avec les extrémités du plateau. Une détermination quantitative de la largeur du plateau est délicate et il lui correspond toujours une incertitude expérimentale grande. Il est en effet très difficile d'évaluer avec exactitude les positions limites du plateau, notamment en regard des grandes énergies. Si l'on tient compte de plus de la reproductibilité expérimentale on admet que l'on ne peut définir cette largeur $\frac{\Delta(eV)_{\text{plateau}}}{eV_{\text{moyen}}}$ à mieux que 20 %. D'autre part pour exprimer la correspondance entre la vitesse et l'énergie on doit connaître parfaitement l'origine de la fonction potentielle représentative de l'énergie. Cette mesure se déduit de la détermination du courant cohérent maximum résultant de l'interaction entre une onde monochromatique faiblement amortie et le plasma. Il en résulte néanmoins une incertitude qui peut être évaluée à 10 % au voisinage du point considéré. Dans la limite des incertitudes expérimentales précédemment définies ($\simeq 30\%$) on conclut que la largeur du plateau est comparable à la largeur spectrale du bruit ce qui satisfait les conclusions du modèle théorique.

On vérifie comme précédemment que l'interaction n'est pas localisée au voisinage de l'émetteur. On observe en effet l'évolution de la fonction de distribution qui se développe avec l'espace. Pour une puissance de bruit donnée on fait varier la largeur du spectre et on observe des variations correspondantes de la longueur caractéristique d'apparition du plateau. Toutefois, une étude quantitative du phénomène ne peut être présentée à cause de la trop grande incertitude des mesures. Il s'agit en effet d'une évolution continue et il est très difficile de définir avec précision l'instant d'apparition du plateau.

DÉFORMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DES ÉNERGIES DUE A UN SPECTRE D'ONDES "PLASMA ÉLECTRONIQUE"

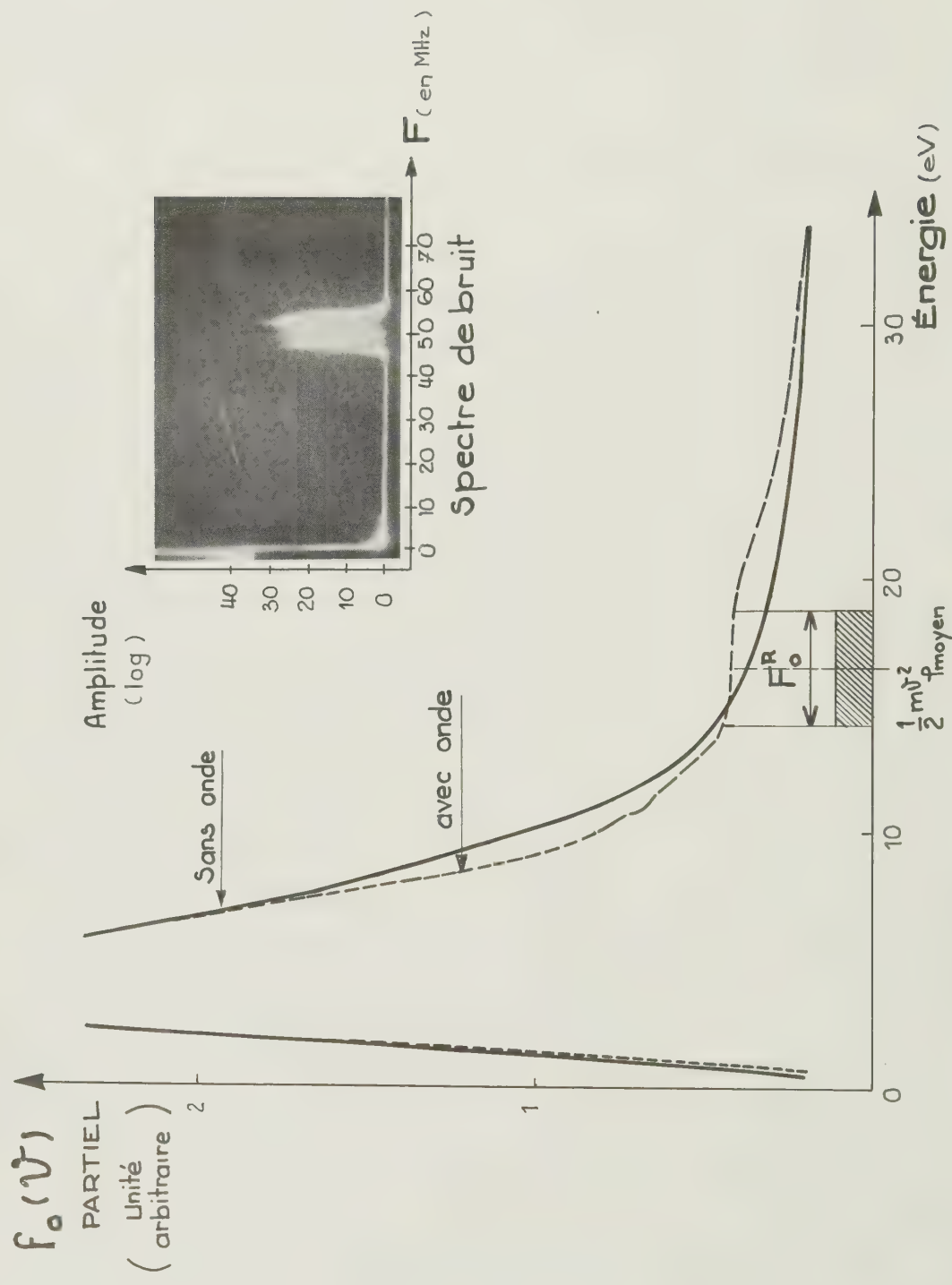


Fig VII.13 PARAMÈTRES EXPÉRIMENTAUX :

Plasma d'argon $n_0 = 2,2 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
 Spectre de bruit $F = 50 \pm 5 \text{ MHz}$ $P_F = 16 \text{ mW}$ $L = 50 \text{ cm}$

D'autre part, cette mesure nécessite une stabilité de tous les autres paramètres de l'expérience ; elle suppose notamment que l'amplitude des différentes composantes du spectre de bruit est constante. Malheureusement cette condition n'est pas vérifiée dans notre expérience comme on peut le constater sur la fig. [VII,20]. Il en résulte que notre conclusion ne peut être que qualitative mais elle permet néanmoins de conclure que les résultats expérimentaux sont consistants avec le modèle théorique.

On vérifie encore qu'il s'agit bien d'une solution asymptotique. Dans certains cas d'expérience un plateau apparaît après une longueur d'interaction voisine de 25 cm et en étudiant la fonction de distribution au-delà de cette distance, on n'observe plus aucune modification notable.

C. / REMARQUE : CAS D'UN SPECTRE D'ONDES DE GRANDE PUISSANCE

Comme on l'avait déjà présenté dans le cas de l'onde monochromatique on reporte quelques observations qui correspondent à des valeurs des paramètres qui ne satisfont plus les hypothèses du calcul. En particulier on fait croître l'amplitude du bruit. On constate que la largeur du plateau croît avec l'amplitude du signal fig.[VII.14]. L'interprétation de ce nouveau phénomène nécessite la prise en compte du phénomène de piègeage ainsi que des collisions qui viennent s'ajouter à l'effet de mélange de phase dû à la largeur du spectre de bruit. Cette étude qui sort du cadre de nos hypothèses ne sera pas présentée dans ce mémoire.

D. / CONCLUSION

En conclusion cette dernière étude a permis de confirmer qualitativement la validité du modèle quasi-linéaire d'interaction entre un spectre d'onde de faible amplitude et le plasma. On a mis notamment en évidence l'évolution spatiale de la distribution qui tend à diminuer la pente de cette fonction au voisinage de la résonance. Au-delà d'une puissance seuil qui varie avec la largeur du spectre de bruit, cette évolution conduit à une solution asymptotique qui fait apparaître un plateau sur la fonction de distribution.

DÉFORMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DES ÉNERGIES DUE A UN SPECTRE D'ONDES "PLASMA ÉLECTRONIQUE" DE PUISSANCE VARIABLE

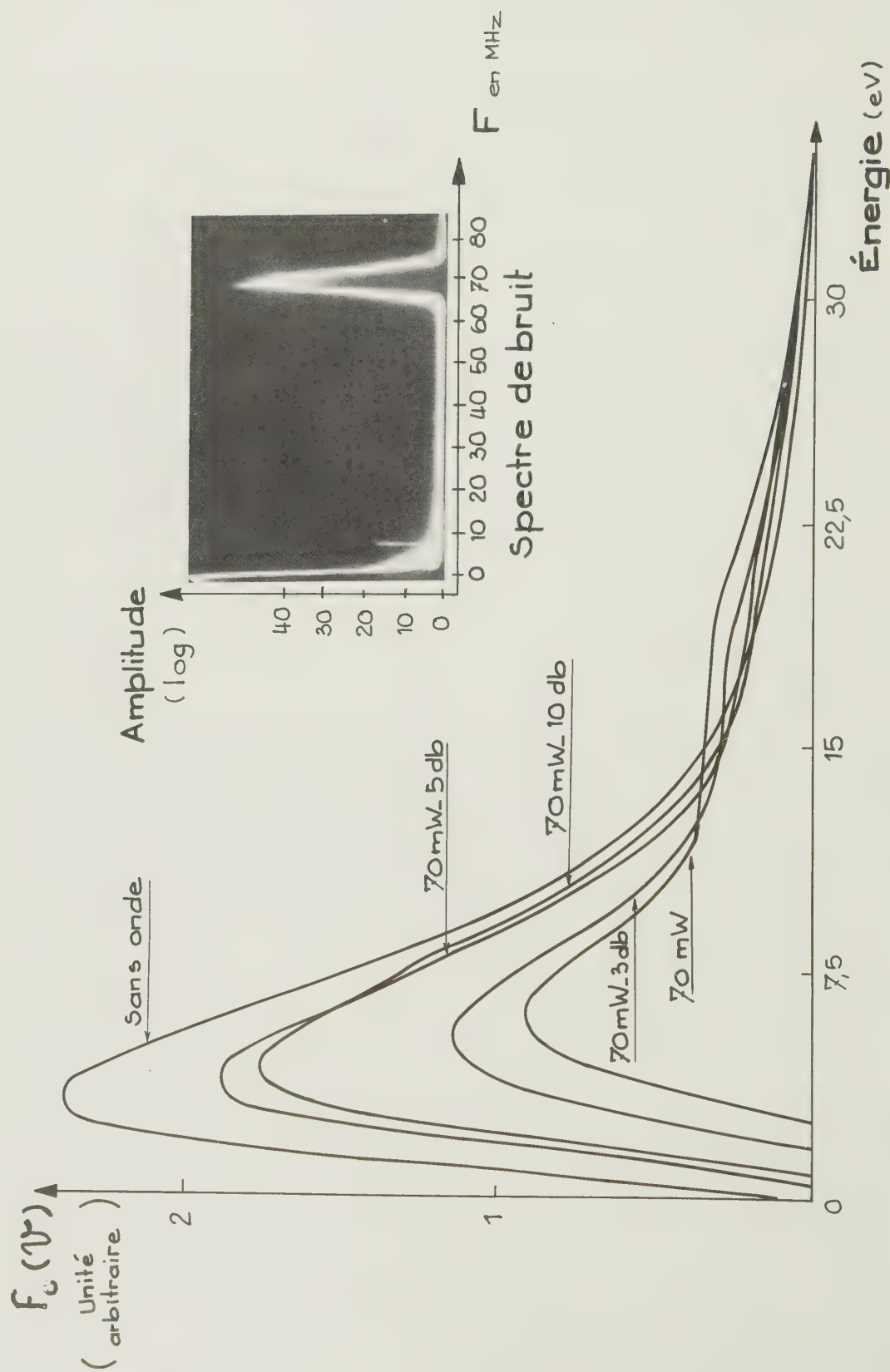


Fig VII - 14 PARAMÈTRES EXPÉRIMENTAUX :

Plasma d'argon $n_0 = 2,9 \times 10^8 \text{ el/cm}^3$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
 Spectre de bruit $F = 70 \pm 3 \text{ MHz}$ P_F variable $L = 50 \text{ cm}$

VII.4 : BIBLIOGRAPHIE

- [1] Rapport EUR - CEA - FC - 542 p. 32 (1970)

- [2] M. GUILLEMOT - J. OLIVAIN - F. PERCEVAL and J. SCHARER
 Phys. Fluids (à paraître)

- [3] M. GUILLEMOT - J. OLIVAIN - F. PERCEVAL - A. QUEMENEUR
 Projet de communication à la Conférence sur la Fusion Contrôlée Madison (1971).



CHAPITRE VIII

ETUDE EXPERIMENTALE DES ECHOS D'ONDES "PLASMA ELECTRONIQUE"

VIII.1 : INTRODUCTION

La discussion présentée dans la première partie montre que le mécanisme d'écho est particulièrement intéressant puisqu'il est l'un des seuls phénomènes qui fassent intervenir directement les modes de Van Kampen. Son étude doit permettre, en particulier, de définir les principaux caractères de la solution libre correspondante.

L'analyse de tous les aspects de ce phénomène influence du champ self consistant, de la microturbulence, de la géométrie finie etc ..., dépasserait le cadre de ce travail. Dans ce chapitre on se limite à rapporter les observations qui concernent la mise en évidence du mécanisme et on s'attarde plus longuement sur l'aspect original de saturation de l'amplitude.

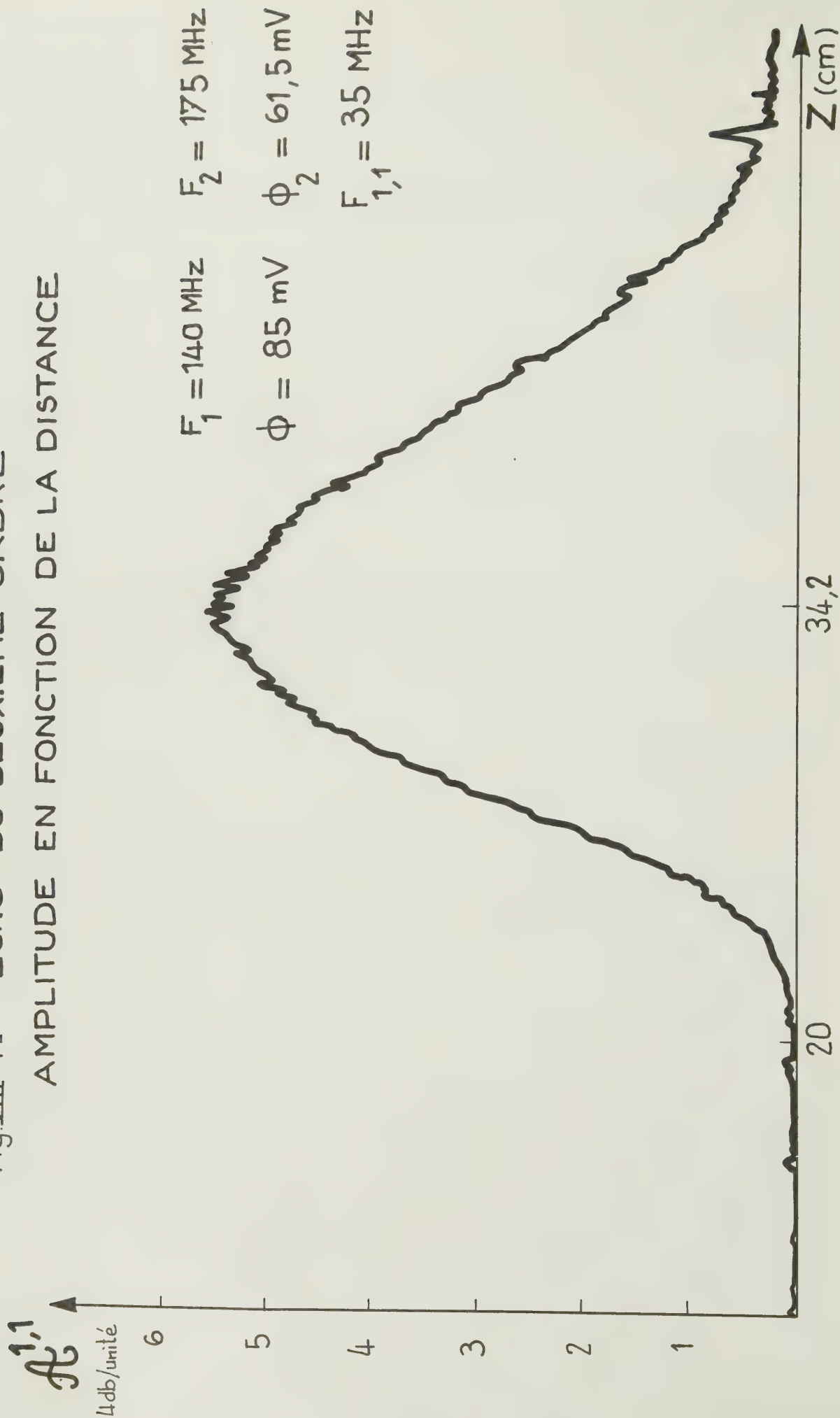
VIII.2 : CONDITIONS EXPERIMENTALES

A l'aide de deux antennes reliées à des générateurs accordés aux fréquences F_1 et F_2 on excite continuellement deux ondes "plasma électronique" très fortement amorties. Une troisième antenne, mobile longitudinalement, collecte les échos engendrés. Les trois antennes sont reliées à la chaîne de mesure conformément aux descriptions présentées au chapitre V.

VIII.3 : RESULTATS PRELIMINAIRES

Des observations préliminaires concernant le mécanisme d'écho effectuées dans notre équipe, sont présentées dans les rapports de stage de Demulière [1] et de Joly [2]. La figure [VIII.1] qui est empruntée à la référence [1] montre un écho du deuxième ordre. L'ordonnée de la courbe est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'écho alors que l'abscisse est asservie au déplacement de la sonde. La position du maximum ($Z = 34,2$ cm) coïncide sensiblement avec la position théorique de l'écho ($l^* = 35$ cm). Des échos d'ordre plus élevé ont été également détectés, correspondant à des valeurs $m + n = 5$.

Fig.VIII 1 - ÉCHO DU DEUXIÈME ORDRE
AMPLITUDE EN FONCTION DE LA DISTANCE



Des observations concernant le processus d'écho de 3 ondes ont aussi été effectuées. La figure [VIII.2] empruntée au rapport [3] montre un écho de fréquence :

$$F_4 = m F_1 + n F_2 + p F_3$$

qui apparait à une distance :

$$l_4 = \frac{n F_2 l_{12} + p F_3 l_{13}}{m F_1 + n F_2 + p F_3}$$

et on a vérifié qu'il sagissait d'un écho de 3 ondes qui disparaît quand on supprime l'un quelconque des émetteurs.

Dans la suite de ce travail on se limite aux échos à deux ondes. On étudie notamment l'influence de la phase et de l'amplitude des ondes sur le profil de l'écho.

VIII.4: INFLUENCE DE LA PHASE

A l'aide d'une ligne à retard on fait varier la phase θ entre les deux ondes excitées et on enregistre le profil d'amplitude de l'écho. Sur la figure [VIII.3] on remarque une légère variation de cette amplitude avec les différentes valeurs de θ . Cependant ces variations sont inférieures aux incertitudes expérimentales liées au défaut de stabilité des autres paramètres. Il apparait notamment une faible désadaptation du système (T.O.S.). Il lui correspond une faible variation de la puissance de l'onde excitatrice qui fait varier l'amplitude de l'écho. On a placé successivement la ligne à retard dans le circuit du premier émetteur, puis dans le circuit du second émetteur. On a minimisé les variations d'amplitude de E_2 en se plaçant notamment au voisinage de la puissance P_{F_2} qui correspond à la saturation de l'écho (voir paragraphe VIII.5).

De cette étude, limitée à la valeur moyenne temporelle de l'amplitude de l'écho, on conclut qu'il n'est pas nécessaire d'inclure dans le calcul un terme de déphasage entre les deux ondes excitatrices. Le signal résultant apparait comme la superposition d'échos élémentaires distribués suivant des phases aléatoires quelconques.

VIII.5 : INFLUENCE DE L'AMPLITUDE DES EMETTEURS

Cette étude, initialement entreprise dans le but de vérifier la loi de variation de l'amplitude de l'écho avec la puissance des deux ondes, a permis d'observer un nouveau phénomène : le déplacement du maximum de l'écho avec la puissance des émetteurs.

A./ DEPLACEMENT DU MAXIMUM D'AMPLITUDE DE L'ECHO

En faisant varier l'amplitude des champs excitateurs E_1 et E_2 , tout en enregistrant les variations

ECHO DU TROISIEME ORDRE PUISSANCE EN FONCTION DE LA DISTANCE

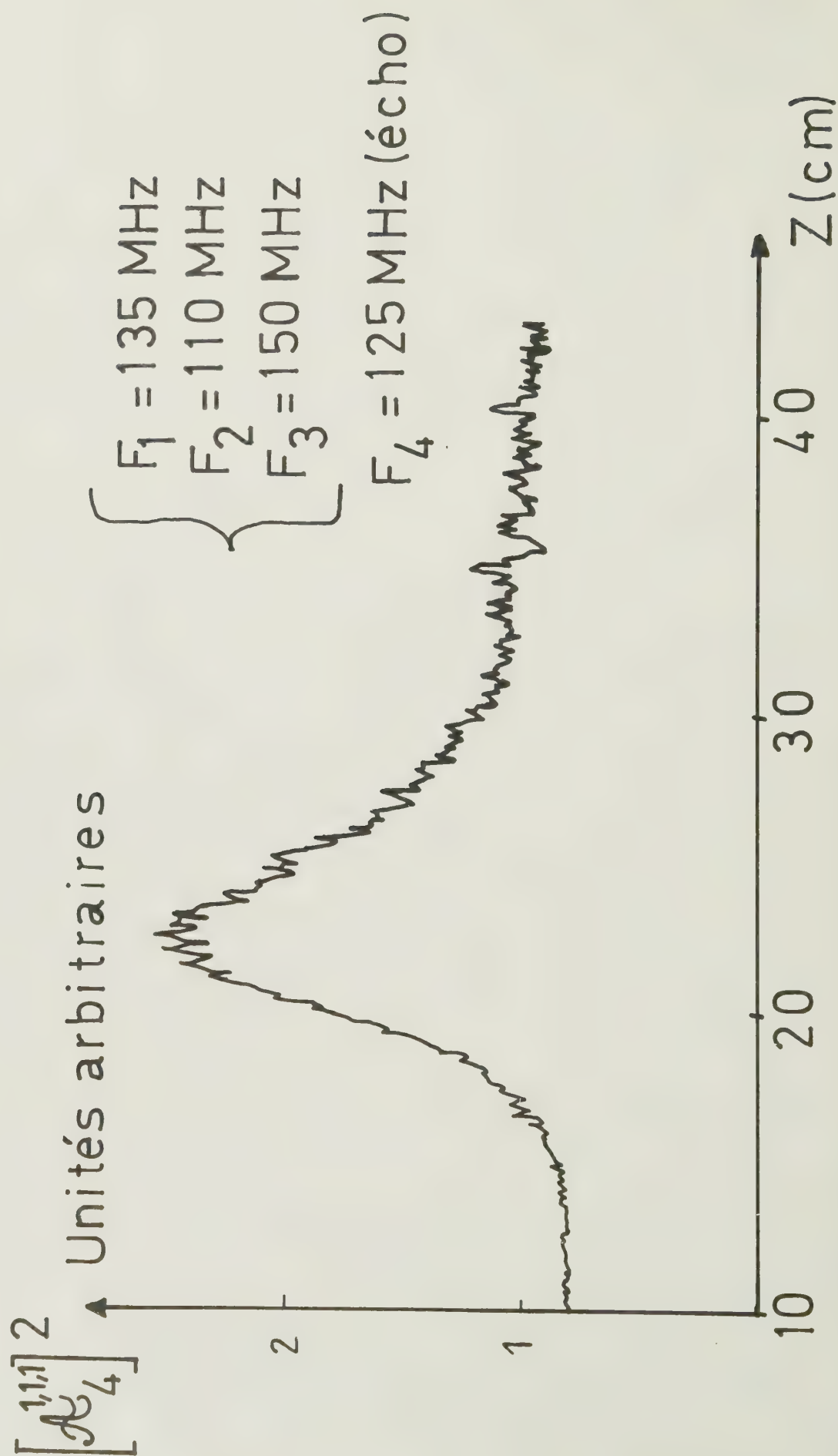
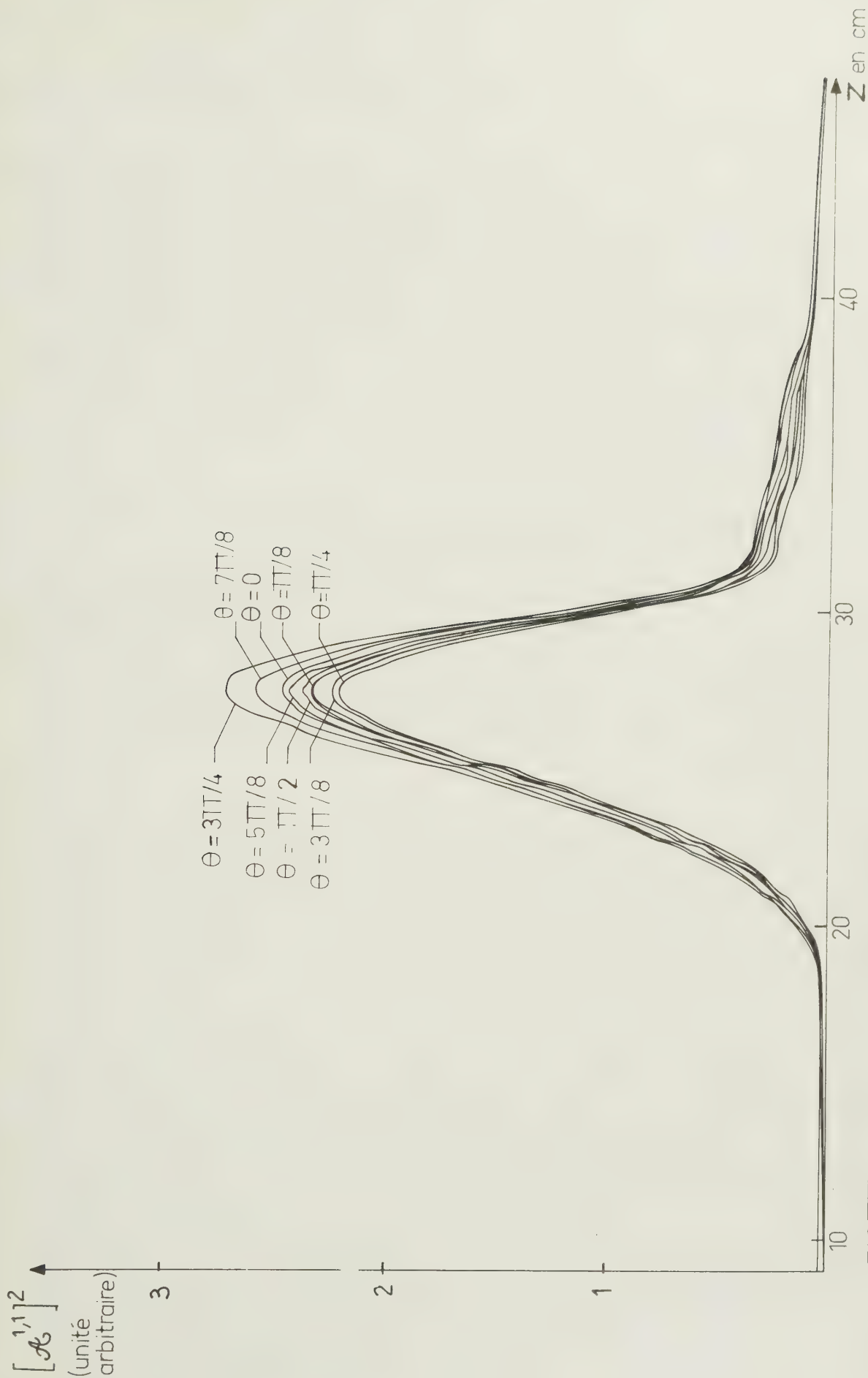


Fig. VIII 2



—FIG.VIII.3 Conditions expérimentales

plasma d'argon - $n_0 \approx 10^8$ el/cm³ $B_0 \approx 1500$ gauss
 $F = 150$ MHz $P_{F1} = 0,1$ W $F_2 = 200$ MHz $P_{F2} = 0,1$ W
 écho (1,1) déphasage effectué sur F_1

de l'amplitude de l'écho, on observe un faible déplacement du maximum. On présente sur les figures [VIII.4] et [VIII.5] les résultats de cette analyse.

La distance où apparaît le maximum de l'écho croît avec la puissance de F_1 et elle décroît avec la puissance de F_2 . La distance théorique coïncide avec la distance expérimentale dans la limite des très faibles valeurs de F_2 ($P_{F_2} \rightarrow 0$). En faisant intervenir, pour un écho donné, les termes d'ordre supérieur il est apparu que l'on pouvait donner une interprétation de ce phénomène. Toutefois, bien que les effets observés, tant du point de vue de leur évolution que de leur ordre de grandeur soient compatibles avec le modèle théorique il serait nécessaire d'avoir recours à un modèle plus complet (calcul avec champ self consistant, prise en compte des collisions et du profil de champ excitateur au voisinage de l'antenne etc ...) pour étudier plus rigoureusement ce phénomène et valider cette hypothèse.

B. / VARIATION DU MAXIMUM D'AMPLITUDE DE L'ECHO

1 - ETUDE EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DU PREMIER EMETTEUR

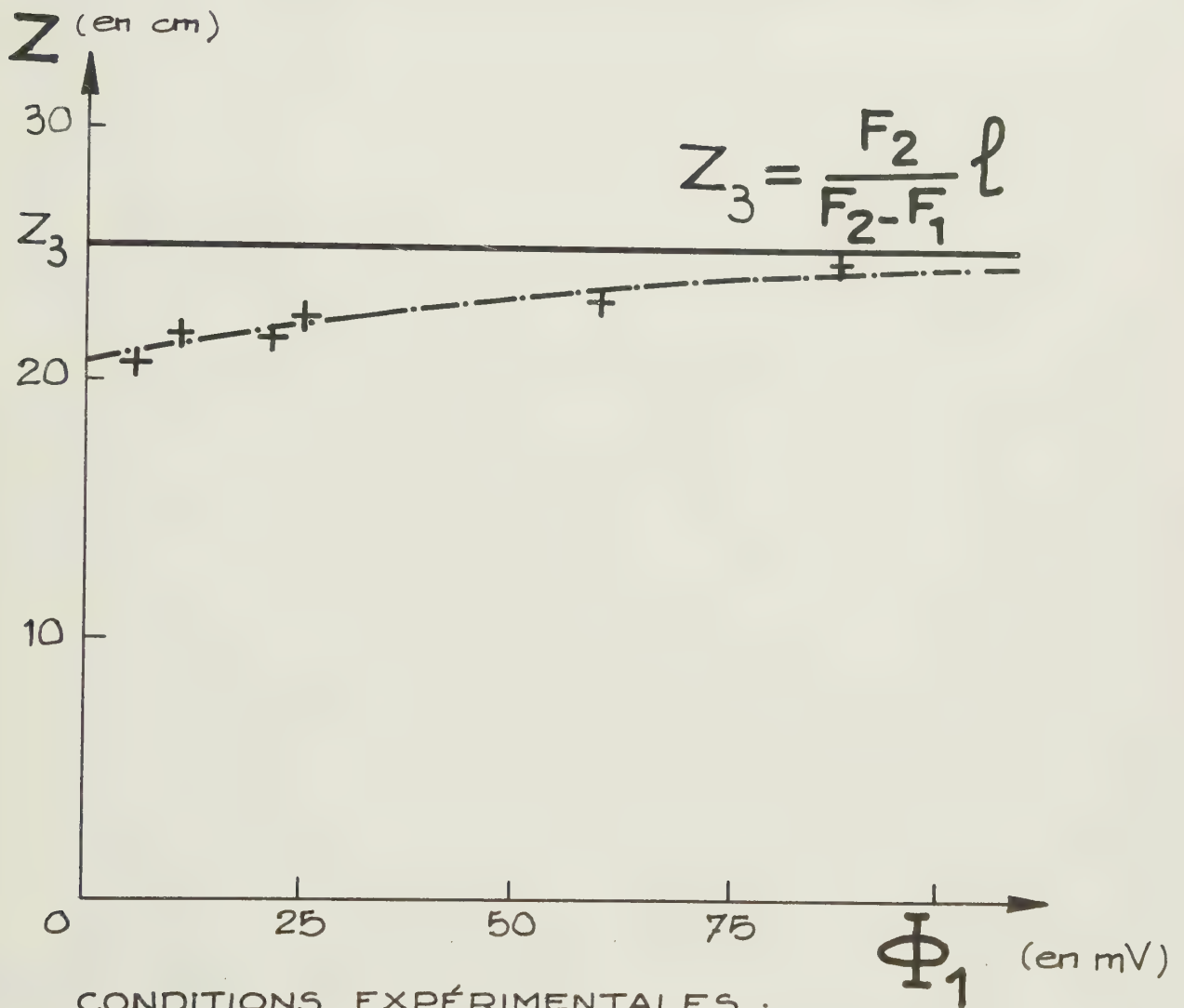
En faisant varier l'amplitude de l'onde F_1 on observe la croissance du maximum de l'amplitude de l'écho (1.1). On porte sur la figure [VIII.6] les variations de $\mathcal{A}^{1,1}$ en fonction de l'amplitude de la première onde ϕ_1 . La variation linéaire observée sur une échelle de 20 db, confirme la loi de variation de $\mathcal{A}^{1,1}$ avec ϕ_1 [IV.37]. Un résultat identique avait été obtenu précédemment par Malmberg et al. [VIII.7].

2 - ETUDE EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DU DEUXIEME EMETTEUR

Ces mêmes auteurs ont étudié aussi les variations de l'amplitude de l'écho avec la puissance du second émetteur. Ils ont observé une croissance quadratique de l'amplitude de l'écho avec l'amplitude de la deuxième onde — il s'agissait d'un écho (1.2), et le début d'une saturation figure [VIII.7] qu'ils n'ont pas expliquée.

On reprend cette mesure [VIII.8] en faisant varier la puissance du second émetteur sur une plus large échelle. Dans un premier domaine l'amplitude de l'écho (m, π) croît sensiblement comme ϕ_2^2 . Cette première zone peut être expliquée à la fois par le modèle établi par Gould et O'Neil [IV.8.] et par le modèle établi par Coste et Peyraud [IV.17]. Puis on observe une saturation suivie d'une décroissance de l'amplitude de l'écho comme le prévoit le second modèle. Il est toutefois très difficile de connaître avec précision (+ 2 db) l'amplitude de l'excitation communiquée aux particules ce qui ne permet pas de faire une comparaison absolue entre l'expérience et la théorie. Toutefois, du fait de la forme particulière des courbes qui présentent toutes un maximum, on peut normaliser les courbes théoriques et expérimentales en ce point et présenter simultanément les deux enregistrements. La figure [VIII.9] montre que les courbes ainsi obtenues ont des allures générales comparables mais l'incertitude demeure grande.

Fig VIII 4 DÉPLACEMENT DE LA POSITION DU
MAXIMUM DE L'ÉCHO (1,1) EN FONCTION DE
L'AMPLITUDE DE LA PREMIÈRE ONDE



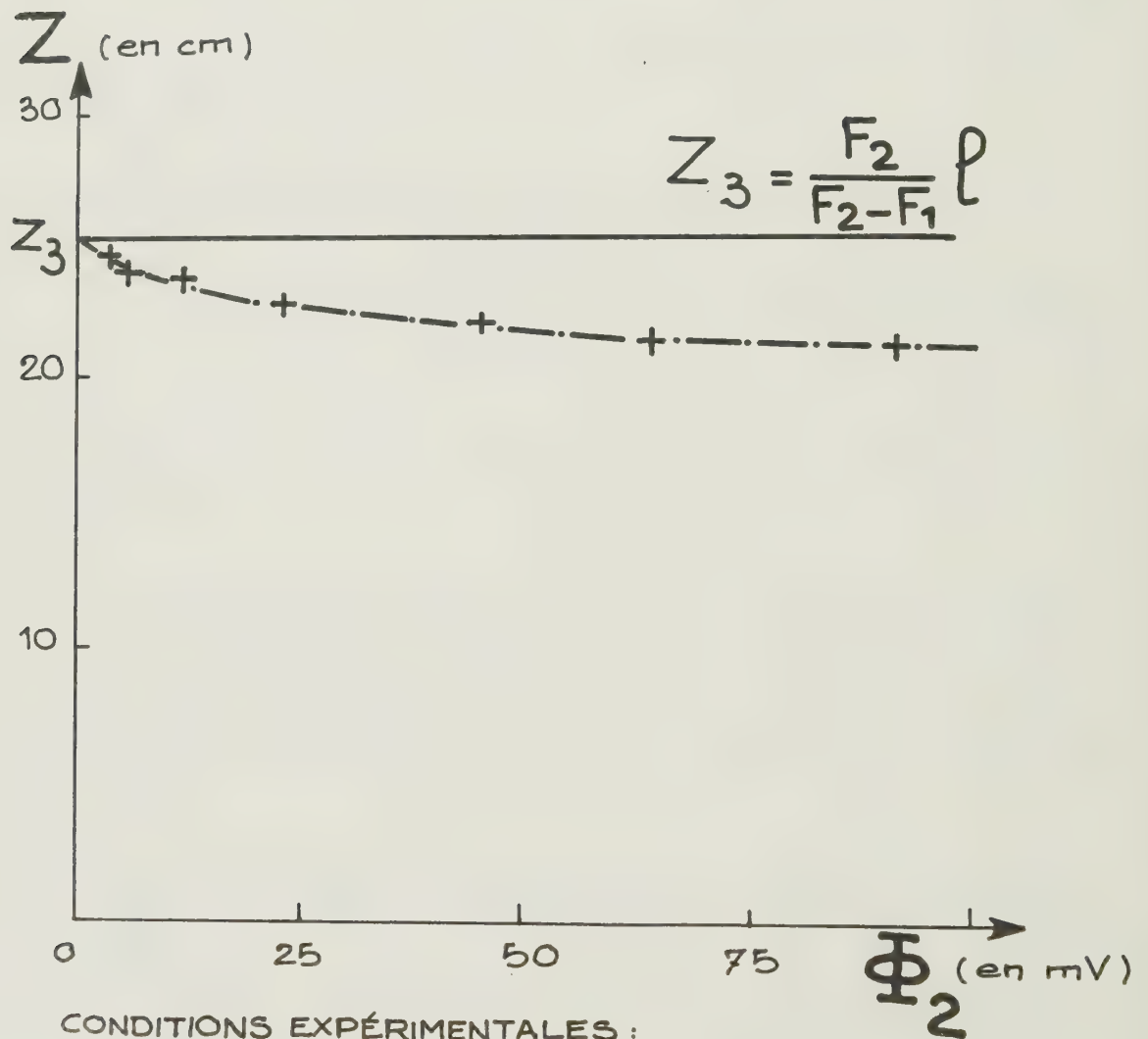
CONDITIONS EXPÉRIMENTALES :

$F_1 = 110 \text{ MHz}$ $F_2 = 150 \text{ MHz}$ $F_{\text{écho}} = 40 \text{ MHz}$

$P_{F_2} = 50 \text{ mW}$

Plasma d'argon $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$ $n_0 \approx 10^8 \text{ el./cm}^3$

Fig. VIII 5. DÉPLACEMENT DE LA POSITION DU
MAXIMUM DE L'ÉCHO (1,1) EN FONCTION DE
L'AMPLITUDE DE LA DEUXIÈME ONDE



CONDITIONS EXPÉRIMENTALES :

$$F_1 = 110 \text{ MHz}$$

$$F_2 = 150 \text{ MHz}$$

$$F_{\text{écho}} = 40 \text{ MHz}$$

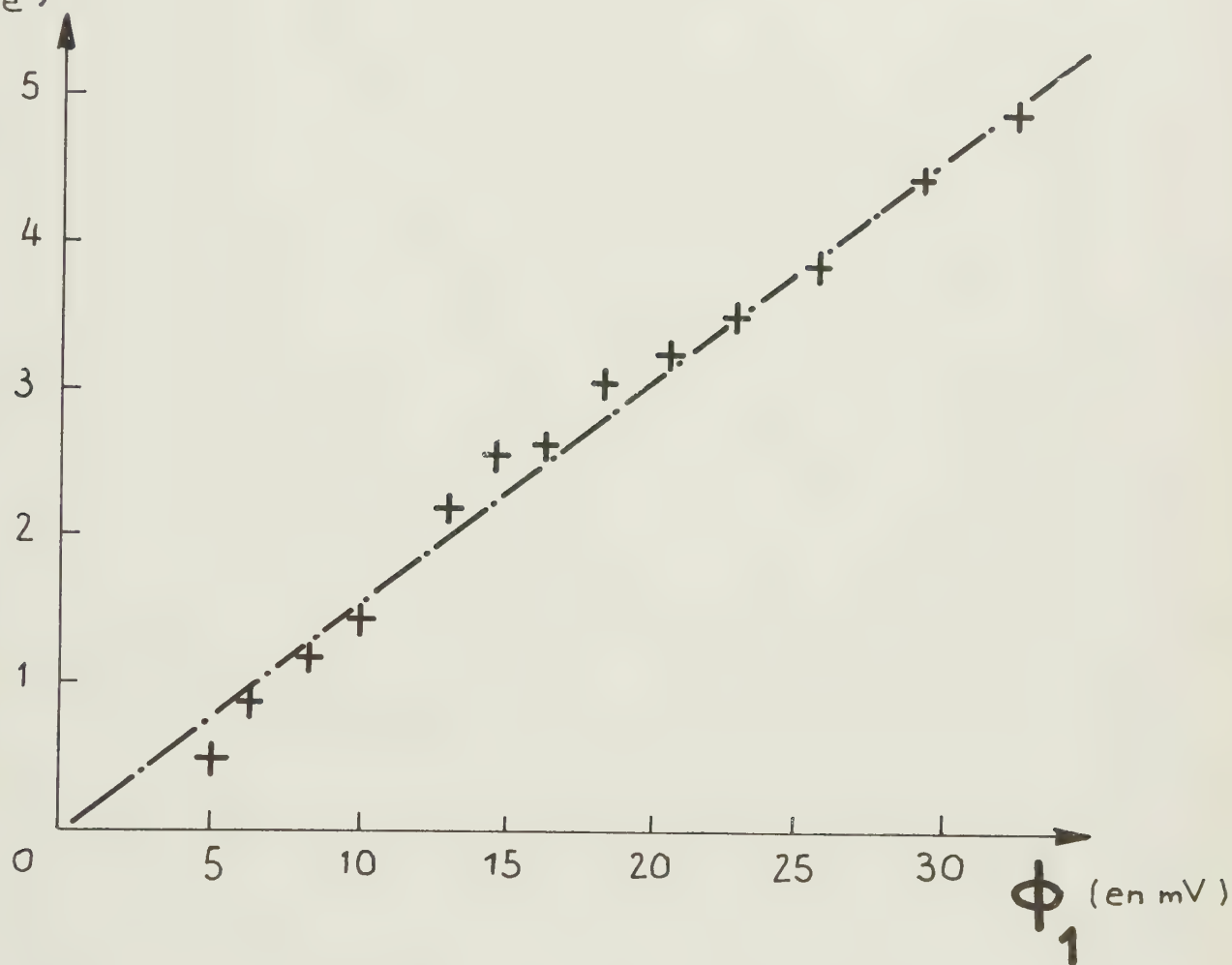
$$P_{F_1} = 50 \text{ mW}$$

$$\text{Plasma d'argon } B_0 \approx 1500 \text{ gauss } n_0 \approx 10^8 \text{ el/cm}^3$$

Fig VIII.6 - AMPLITUDE DE L'ÉCHO (1,1) EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DE LA PREMIÈRE EXCITATION ϕ_1

$A^{1,1}$

Unité arbitraire)



CONDITIONS EXPÉRIMENTALES :

Plasma d'argon $n_0 \approx 10^8 \text{ el/cm}^3$ $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$

$F_1 = 140 \text{ MHz}$ ϕ_1 variable $F_2 = 180 \text{ MHz}$

$\phi_2 = 20 \text{ mV}$ $F_{\text{écho}} = 40 \text{ MHz}$

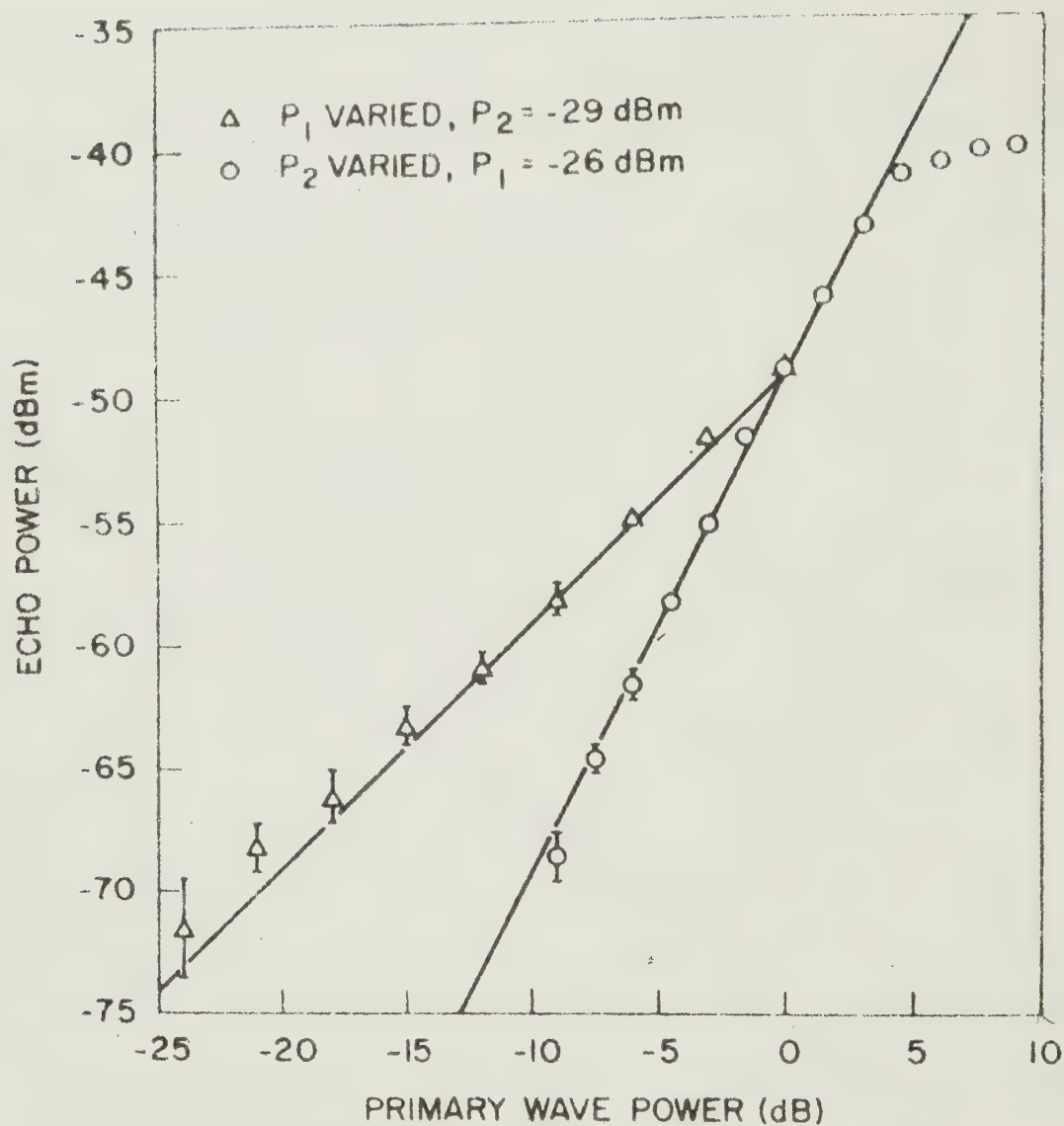


Fig. 5. Echo power versus primary wave amplitudes. Absolute power levels are approximate.

Fig. VIII 7

auteurs Malmberg-Wharton, Gould and O'Neil
 Phys. of Fluids . 11. 6 - (June 1968)

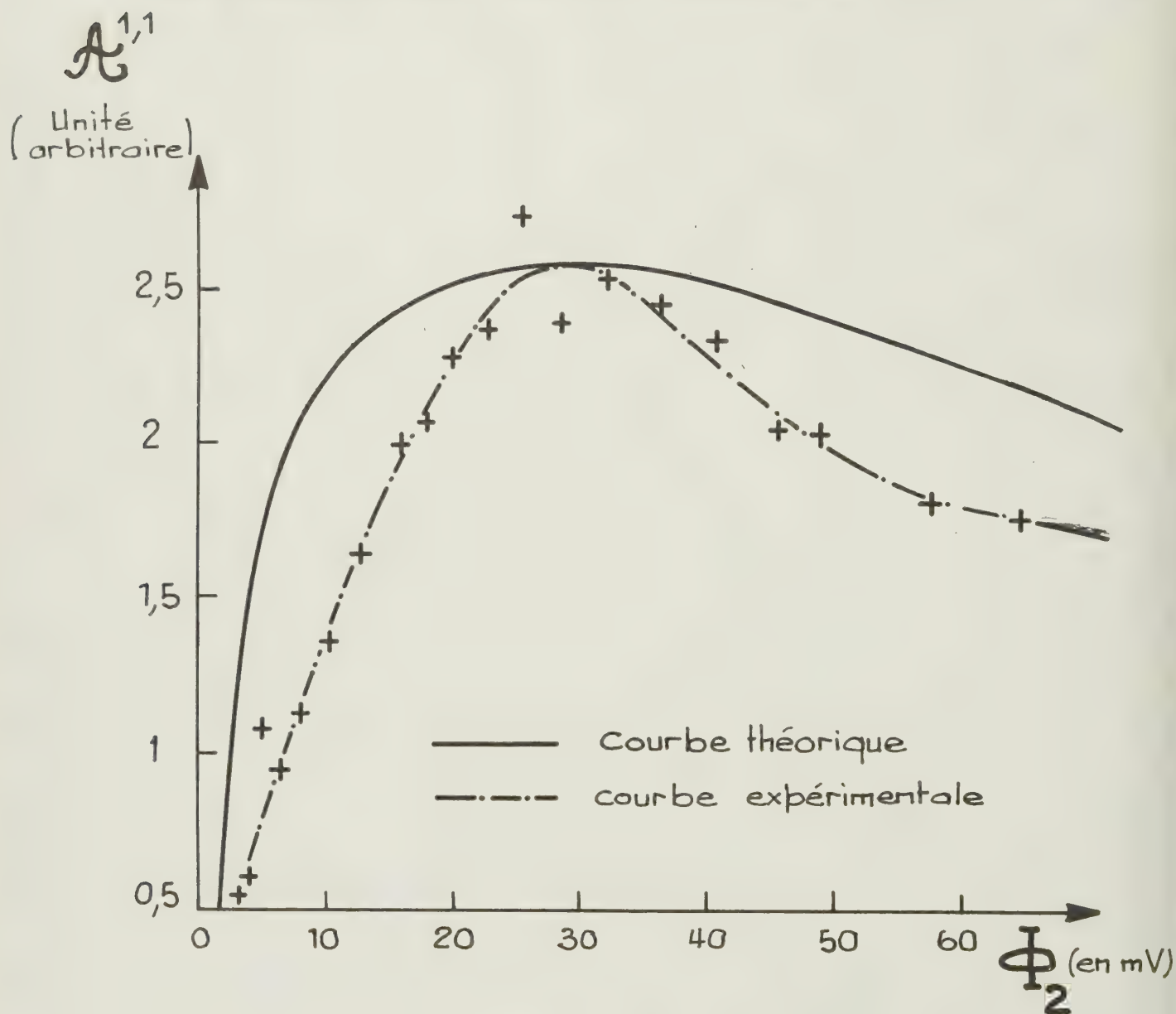
Fig VIII 8 SATURATION DE L'AMPLITUDE DE L'ÉCHO (1,1)
EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DE L'ONDE MÈRE F_2



CONDITIONS EXPÉRIMENTALES :

Plasma d'argon $n_0 \approx 10^8$ el/cm³ $B_0 \approx 1500$ gauss
 $F_1 = 150$ MHz $P_{F_1} = 80$ mW $F_2 = 200$ MHz P_{F_2} : variable

Fig VIII 9 AMPLITUDE DE L'ÉCHO (1,1) EN FONCTION
DE L'AMPLITUDE DE LA DEUXIÈME EXCITATION Φ_2



CONDITIONS EXPÉRIMENTALES :

Plasma d'argon	$n_0 \approx 10^8 \text{ el/cm}^3$	$B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$
$F_1 = 140 \text{ MHz}$	$\Phi_1 = 14,5 \text{ mV}$	$F_2 = 180 \text{ MHz}$
$F_{\text{écho}} = 40 \text{ MHz}$	Φ_2 : variable	

Pour obtenir une confrontation plus précise il serait nécessaire d'avoir recours à un modèle plus conforme à la réalité - tenir compte du profil et de la longueur finie d'excitation, du champ self consistant, des collisions, de la géométrie finie etc ... Il serait également nécessaire d'assurer une parfaite linéarité de l'ensemble de la chaîne de mesure.

Pour cette expérience, modèle et chaîne de mesure, autorisent une précision de l'ordre de 30 %. En conséquence les résultats obtenus permettent de conclure à la validité du modèle décrit dans la première partie.

VIII.9 : CONCLUSION

L'étude qui vient d'être présentée, tout en permettant de retrouver les résultats prévus par Gould et O'Neil aux faibles amplitudes, a permis de confirmer le modèle de Coste et Peyraud aux plus fortes amplitudes. Elle a notamment permis de confirmer le rôle dissymétrique joué par les deux émetteurs. De plus on a montré que l'étude d'un modèle sans champ self consistant constituait une approximation raisonnable du phénomène.



C O N C L U S I O N

De l'étude qui vient d'être présentée, il ressort que :

1°) La mesure directe de la fonction de distribution perturbée à la fréquence de l'onde est très difficile, voire impossible, dans le cas d'une onde "plasma électronique". Les composantes stationnaire et amortie de cette fonction sont rarement dissociables. De plus l'existence d'une composante "parasite" liée au mode d'analyse, rend plus complexe encore l'analyse des résultats expérimentaux.

2°) Des mesures indirectes confirment toutefois la réalité de ces deux solutions :

A. / L'observation de la déformation quasi-linéaire de la fonction de distribution s'interprète en faisant appel à la composante amortie (ou solution de Landau).

1 - dans le cas d'une onde monochromatique on a pu montrer en particulier que cette interaction

- se développe dans l'espace suivant la loi $(1 - \exp - 2 k_I z)$
- est particulièrement sensible dans la zone de résonance $v \simeq \frac{\omega}{k_R}$
- croît comme la puissance de l'onde
- cesse d'être interprétée par une théorie faiblement non linéaire lorsque $L \simeq L_b$

2 - dans le cas d'un spectre d'ondes stables (théorie quasi linéaire) on observe :

- la déformation de la fonction de distribution dans le domaine de la résonance $(\frac{\omega}{k} \min \leq v \leq \frac{\omega}{k} \max)$
- au delà d'un seuil de puissance, l'apparition d'un plateau dans ce même domaine (solution stationnaire).

B. / L'observation des échos prouve l'existence d'une composante stationnaire (solution de Van Kampen) imposée par les conditions aux limites (ou conditions initiales).

Cette étude a conduit notamment à montrer le rôle dissymétrique joué par les deux ondes dans le phénomène

- déplacements en des sens opposés de la positions du maximum de l'écho avec la puissance des deux ondes ($\tilde{z}_3$ croît avec ϕ_1 et décroît avec ϕ_2).
- croissance monotone de l'amplitude de l'écho (π, π) comme ϕ_1^π (amplitude la première onde) et effet de saturation suivi d'une décroissance en fonction de l'amplitude de la deuxième onde



LISTE DES SYMBOLES

Grandeurs relatives aux électrons :

q : charge (< 0)

e : charge en valeur absolue

m : masse

v : vitesse

v_{th} : vitesse thermique

α : $\sqrt{2}$ fois la vitesse thermique

v_o : vitesse initiale

v_c : vitesse de coupure (analyse)

$\bar{U} = \frac{q E_k}{m \omega_p}$: impulsion de vitesse

$\mathcal{V} = \frac{1}{2} \frac{m}{e} v^2$: énergie potentielle

T : température cinétique

kT : énergie cinétique

$F_o = \frac{2n_o}{\sqrt{\pi} \alpha} \exp -\frac{v^2}{\alpha^2}$: fonction de distribution initiale

$F = F_o + F^{(1)} + F^{(2)}$: fonction de distribution totale

$f^{(1)}$: perturbation linéaire de la fonction de distribution

$f^{(2)}$: perturbation au second ordre de la fonction de distribution

$\bar{F}_o$: limite $t \rightarrow \infty \quad \frac{1}{t} \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} f(t) dt$

$f^1 = f - \bar{F}_o$

n_o	:	densité électronique
ρ_k	:	densité de charge exprimée en variable de Fourier
$j_{\omega}^{(1)} = q \int_{v_c}^{\infty} \tilde{F}_{\omega}^{(1)} v dv$	:	composante linéaire du courant oscillant
$j_{\omega,b}^{(1)}$	:	composante balistique de $j_{\omega}^{(1)}$
$j_{\omega,L}^{(1)}$	:	composante de Landau de $j_{\omega}^{(1)}$

Grandeurs relatives aux ondes :

ω	:	pulsation
$\Delta \omega$	:	largeur spectrale
$K = K_R - i K_I$	:	nombre d'onde
$K^* = K_R + K_I$	:	nombre d'onde
K_R	:	partie réelle du nombre d'onde
K_I	:	partie imaginaire du nombre d'onde
ΔK	:	largeur spectrale des nombres d'onde
$\epsilon(\omega, k)$	:	relation de dispersion linéaire
ϕ_{ext}	:	potentiel appliqué au plasma
$\phi_o = \frac{\phi_{ext}}{\epsilon(\omega, \frac{\omega}{V})}$	:	potentiel existant dans le plasma (réponse self-consistante)
ϕ	:	potentiel de l'onde mère (en $z = 0$)
ϕ_b	:	amplitude de l'onde pour laquelle $L_e = L_b$
$\varphi_{\omega}^{(1)}$	:	composante linéaire du potentiel

$E_{k, \text{ext}}$	:	impulsion de champ électrique
$E_T = E_\omega$	:	champ électrique total
$E_\omega^{(1)}$	:	composante linéaire du champ électrique
$\bar{E}_0$	:	limite $t \rightarrow \infty \quad \frac{1}{t} \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} E_T(t) dt$
$\mathcal{E}_\omega^1 = E_T - \bar{E}_0$	:	
$\widehat{\mathcal{E}}_\omega^1$	:	composante lentement variable de $\mathcal{E}_\omega^1$ ($\mathcal{E}_\omega^1(z) = \widehat{\mathcal{E}}_\omega^1(z) \exp(-ik_\omega z)$)
P	:	puissance de l'onde
$\mathcal{A}^{m,n}$	:	amplitude de l'écho d'ordre (m, n)
$\mathcal{S}(z)$	:	signal d'intercorrélation
$\mathcal{S}^*(z)$	:	signal d'intercorrélation dans le cas où il existe une dispersion des nombres d'onde.

Temps et fréquences caractéristiques :

t	:	temps
t'	:	variable d'intégration (temps courant)
t_0	:	instant initial
τ	:	durée séparant deux impulsions de champ électrique
$t_{m,n} \equiv t_3 = \frac{\pi k_2}{m k_1 + n k_2} \tau$		
$\varepsilon = t - t_3$		
$T_{\text{écho}}$	:	largeur caractéristique de l'écho temporel
ω_p	:	pulsation plasma
F_p	:	fréquence de piégeage

Longueurs caractéristiques :

z	:	abscisse
z'	:	variable d'intégration (abscisse courant)
z_s	:	localisation de la source (< 0)
z_a	:	localisation de l'analyseur (> 0)
l	:	distance entre deux émetteurs
L	:	longueur d'observation
L_e	:	longueur de l'expérience
L_b	:	longueur de piégeage
$z \equiv z_3 = \frac{\pi F_2}{\pi F_1 + \pi F_2} l$	:	localisation de l'écho
$\tilde{z}_3$	:	localisation du "pseudo" écho.
$\tilde{\epsilon} = z - z_3$	:	($\ll z$)

Constantes diverses :

Λ	:	une constante
θ	:	une constante de phase
$\propto$	:	symbole signifiant : proportionnel à
$\xi = -\pi \frac{\omega^3}{k^2} \frac{1}{(\frac{d\omega}{dk})}$		
k	:	constante de Boltzmann
$A = \frac{q}{m} \frac{E_\omega}{k} \frac{1}{\gamma^2} \ll 1$		

$$C = \frac{4n_0 q^2 \phi^3}{\sqrt{\pi} m^2 \alpha^3}$$

$$D = - \frac{16 n_0 q^2}{\sqrt{\pi} m \alpha}$$

$$D_\pi = - \frac{4 i n_0 q^2}{\sqrt{\pi} m \alpha k_1 \omega_3} \exp - i \pi \frac{\pi}{2}$$

$$G = \frac{q \omega_1 \ell E \omega_2}{m \alpha^3 k_2}$$

$$H = \frac{\omega_3}{\alpha}$$

Coefficients divers (grandeurs sans dimension) :

$$\eta = \frac{\frac{\partial F_0^{(2)}}{\partial v}}{\frac{dF_0}{dv}}$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} : \text{coefficient de couplage}$$

$$j : \text{un indice}$$

$$m, n : \text{entiers} \quad \geq 0$$

$$n : \text{entier} \quad > 0$$

$$N = \frac{\omega}{k_R \alpha} : \text{vitesse de phase normalisée.}$$

Fonctions diverses :

$$\Pi_k(v) : \text{fonction arbitraire de } v$$

$$A(\) : \text{fonction de } (\)$$

$$J_{\frac{m}{n}} : \text{fonction de Bessel d'ordre } \begin{cases} m \\ n \end{cases}$$

$$Y_{\frac{\omega}{k_R}} : \text{fonction échelon}$$

$$g(k_R) : \text{fonction de distribution des nombres d'onde.}$$

